中学校
数学

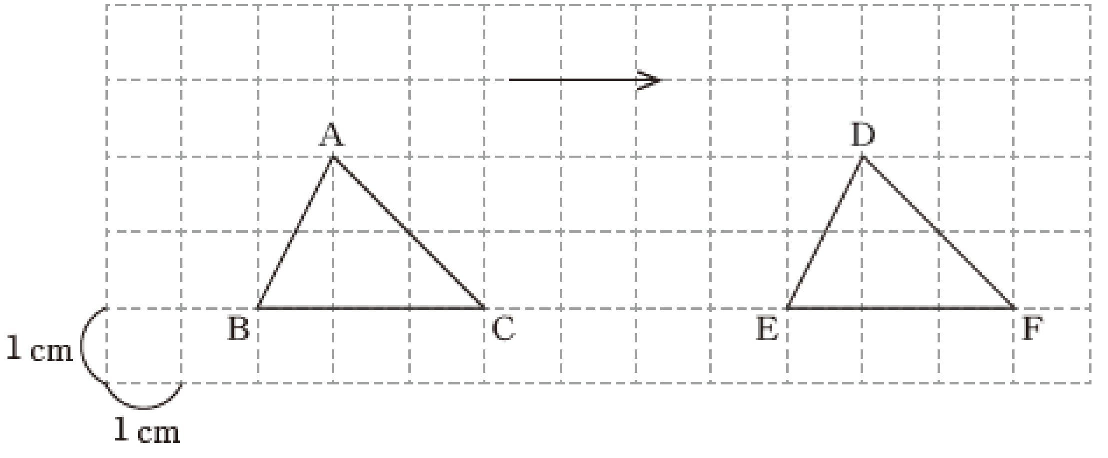
全国学力・学習状況調査問題

ひとつ、ひとつ、実現する ふくしま

主に「図形」に関する問題を集めました。ご活用ください。

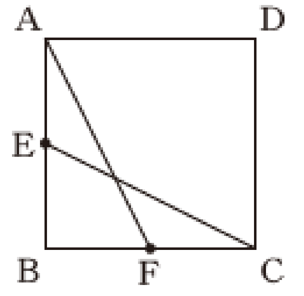
Vol.5（令和元年度～３年度）

3 下の図で，△DEF は，△ABC を矢印の示す方向に平行移動したものです。△DEF は，△ABC を矢印の示す方向に何 cm 平行移動したものですか。その移動の距離を求めなさい。



7 右の図１のように，正方形ABCDの辺ABの中点をE，辺BCの中点をFとします。真由さんは，線分AFと線分CEについて，次のことを予想しました。

図１



予想１

正方形ABCDの辺ABの中点をE，辺BCの中点をFとすると，AF＝CEになる。

次の（１）から（３）までの各問いに答えなさい。

（１）予想１が成り立つことは，次のように証明することができます。

証明

△ABFと△CBEにおいて，
正方形の４つの辺はすべて等しいから，
AB＝CB ……①
点E，Fはそれぞれ辺AB，BCの中点だから，①より，
BF＝BE ……②
共通な角だから，
∠ABF＝∠CBE ……③
①，②，③より，$\boxed{}$がそれぞれ等しいから，
△ABF≡△CBE
合同な図形の対応する辺は等しいから，
AF＝CE

上の証明の$\boxed{}$に当てはまる言葉を書きなさい。

（２）真由さんは，前ページの予想１の正方形ＡＢＣＤを平行四辺形ＡＢＣＤに変えることを考え，次のことを予想しました。

予想２

平行四辺形ＡＢＣＤの辺ＡＢの中点をＥ，辺ＢＣの中点をＦとすると，ＡＦ＝ＣＥになる。

しかし，右の図２のような場合があることから，上の予想２が成り立たないことに気づきました。

図２には下の特徴があることから，図２を用いて予想２が成り立たないことを示すことができます。

図２

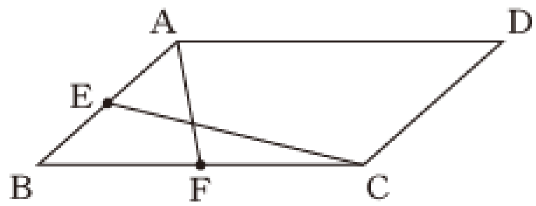


図２は，予想２の「平行四辺形ＡＢＣＤの辺ＡＢの中点をＥ，辺ＢＣの中点をＦとする」ということを［　①　］。
また，図２は，予想２の「ＡＦ＝ＣＥになる」ということを［　②　］。

上の［　①　］と［　②　］に当てはまる言葉の組み合わせとして正しいものを，下のアからエまでの中から１つ選びなさい。

ア　①：みたしている　　②：みたしている

イ　①：みたしている　　②：みたしていない

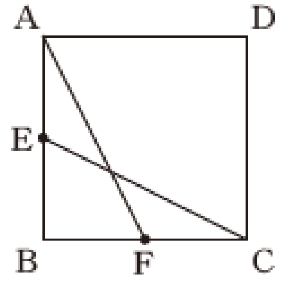
ウ　①：みたしていない　②：みたしている

エ　①：みたしていない　②：みたしていない

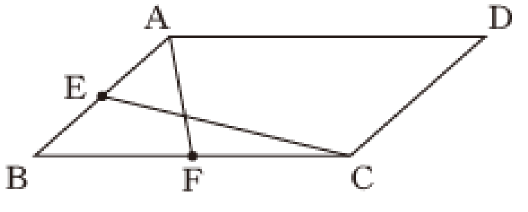
（3）真由さんは，これまでに調べたことを，次のようにまとめました。

まとめ

◎「正方形ABCDの辺ABの中点をE，辺BCの中点をFとすると，AF＝CEになる。」ということが成り立つ。



◎「平行四辺形ABCDの辺ABの中点をE，辺BCの中点をFとすると，AF＝CEになる。」ということが成り立たない。



上のまとめから，「四角形ABCDが正方形ならば，AF＝CEになる。」ということが成り立つことと，「四角形ABCDが平行四辺形ならば，AF＝CEになる。」ということが成り立たないことがわかります。

正方形でない四角形で，AF＝CEになる四角形ABCDを考えます。四角形ABCDがどんな四角形ならば，AF＝CEになりますか。「～～ならば，……になる。」という形で書きなさい。

3 次の**図１**の△ABCにおいて，頂点Aを通り辺BCに垂直な直線を作図します。琴葉さんは，**図２**のように，頂点Aを中心として円をかいたところ，その円と辺AB，BC，CAとの交点が４つできました。

図１

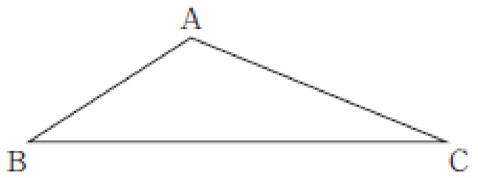


図２

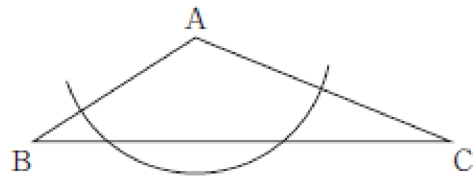


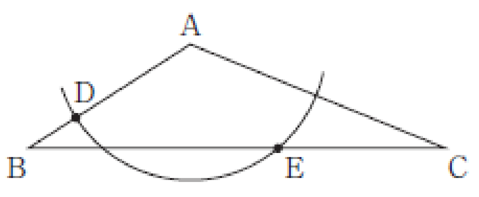
図２の４つの交点の中からどれか２点を点D，Eとすることで，次の**手順**によって，頂点Aを通り辺BCに垂直な直線を作図することができます。

手順

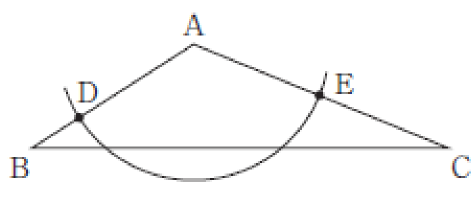
① 点D，Eをそれぞれ中心として，互いに交わるように等しい半径の円をかき，その交点の１つを点Pとする。
② 頂点Aと点Pを通る直線をひく。

２点D，Eを示した図として正しいものを，下の**ア**から**エ**までの中から１つ選びなさい。

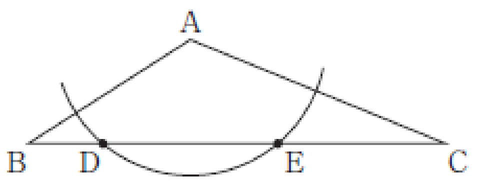
ア



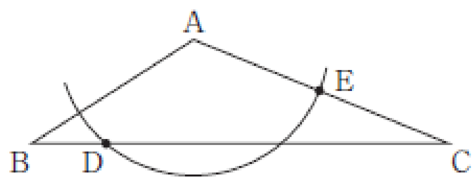
イ



ウ



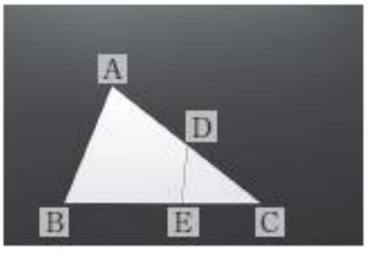
エ

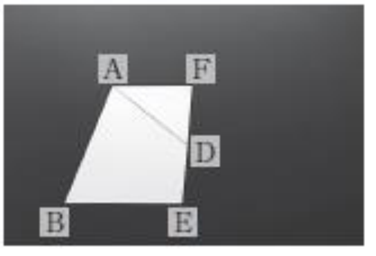


7 厚紙を三角形の形に切ります。その三角形を△ABCとするとき，次の**手順**で四角形をつくることができます。

手順

① 辺ACの中点に点Dをとる。
② 辺BC上に点Eをとる。ただし，点Eは点B，Cと重ならないものとする。
③ 点Dと点Eを結んでできた線分DEにそって切る。
④ △DECを点Dを回転の中心として反時計回りに180°回転移動させる。





点Dは，辺ACの中点だから，ADとCDの長さは等しいので，ADとCDはぴったり重なります。△DECを，点Dを回転の中心として反時計回りに180°回転移動させた三角形を△DFAとすると，∠ADEと∠ADFの和は180°なので，点E，D，Fは一直線上にあります。これらのことから，上の**手順**により，四角形ABEFができることがわかります。

芽依さんは，四角形ABEFがどんな四角形になるかを考えることにしました。

次の(１)から(３)までの各問いに答えなさい。

(１) 芽依さんは，前ページの**手順**の②で，点Ｅを辺ＢＣ上にいろいろな位置に変えてとり，△ＡＢＣから四角形ＡＢＥＦをつくり，四角形ＡＢＥＦがどんな四角形になるかを調べることにしました。そこで，次のような**図１**をかき，さらに，△ＤＥＣと合同な△ＤＦＡをかき加えた**図２**をかきました。

図１

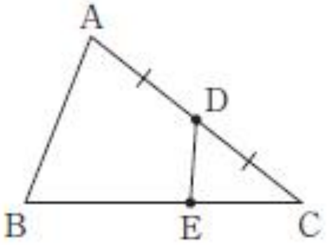
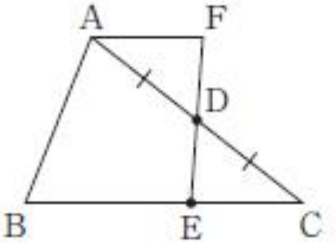


図２



芽依さんは，**図２**において，四角形ＡＢＥＦはＡＦ∥ＢＥの四角形になると予想しました。ＡＦ∥ＢＥとなることは，ある２つの角が等しいことからわかります。その２つの角を書きなさい。

（２）芽依さんは，次の**図３**のように，前ページの**図１**の△ABCにおいて，点Eを辺BCの中点にとった図をかき，その図をもとに，△DECと合同な△DFAをかき加えた**図４**をかきました。

図３

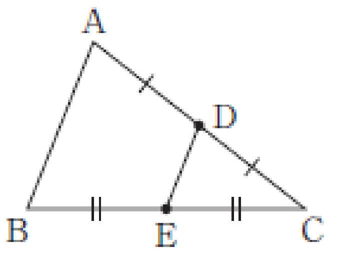
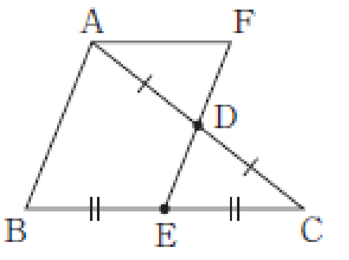


図４



芽依さんは，**図４**の四角形ABEFから，次のように予想しました。

予想

△ABCにおいて，点Eを辺BCの中点としたとき，四角形ABEFは平行四辺形になる。

芽依さんは，上の**予想**が成り立つことを示すために，辺AFと辺BEの関係について調べました。

調べたこと

○　AF // BEであることはすでにわかっている。　……①

○　辺AFと辺BEについて，
△DEC≡△DFAより，合同な図形の対応する辺が等しいから，
CE＝AF　……②
点Eは辺BCの中点だから，
BE＝CE　……③
②，③より，
AF＝BEである。　……④

前ページの**調べたこと**の①と④をもとに，どのようなことがらを根拠にすると，**予想**が成り立つことがいえますか。下の**ア**から**エ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

イ　２組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

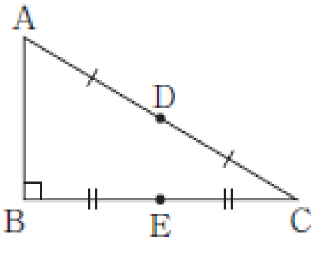
ウ　対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は，平行四辺形である。

エ　１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい四角形は，平行四辺形である。

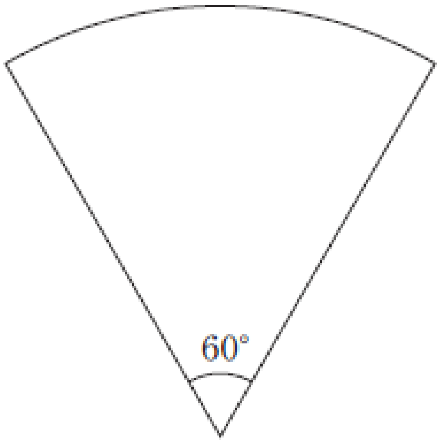
（３）右の**図５**のように，12ページの**図１**の△ABCを，∠Bの大きさが90°である三角形に変え，点Eを辺BCの中点としたとき，△ABCからできる四角形ABEFがどんな四角形になるかを考えます。

このとき，四角形ABEFは平行四辺形の特別な形になります。△ABCにおいて，∠Bの大きさが90°で，点Eが辺BCの中点ならば，四角形ABEFはどんな四角形になりますか。「～～ならば，……になる。」という形で書きなさい。

図５

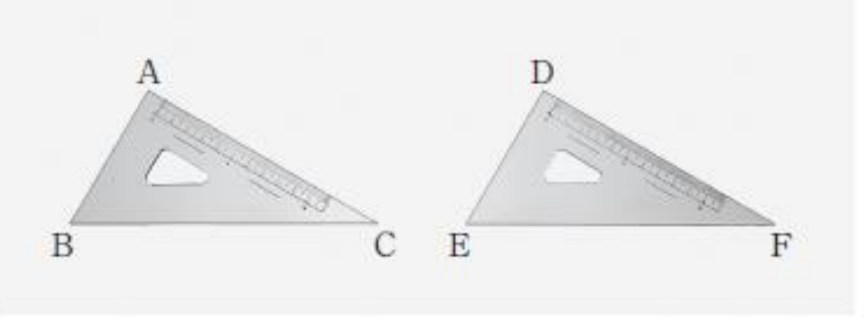


3 次の図のような，中心角 60° のおうぎ形があります。このおうぎ形の弧の長さは，同じ半径の円の円周の長さの何倍ですか。下の**ア**から**オ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。



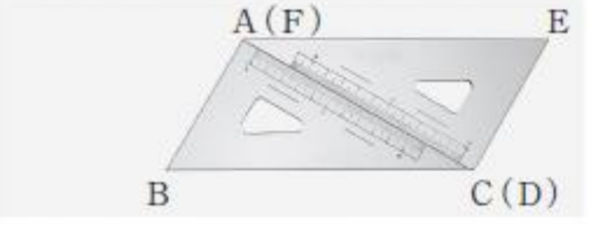
ア $\frac{1}{2}$ 倍　　**イ** $\frac{1}{3}$ 倍　　**ウ** $\frac{1}{4}$ 倍　　**エ** $\frac{1}{5}$ 倍　　**オ** $\frac{1}{6}$ 倍

9 30°，60°，90°の同じ三角定規を２つ用意し，それぞれ△ABC，△DEFとします。直輝さんと由衣さんは，この２つの三角定規を組み合わせてできる四角形について考えることにしました。



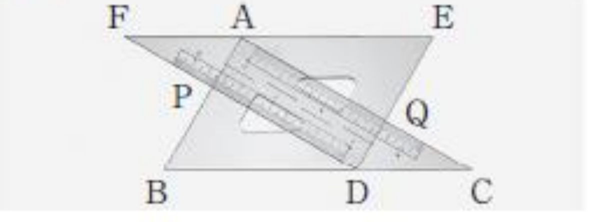
二人は，２つの三角定規を右の**図１**のように，点Aと点F，点Cと点Dが重なるように並べました。このとき，四角形ABCEができます。

図１



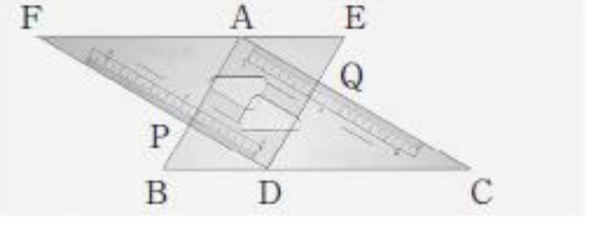
次に，**図２**のように，点Dが辺BC上にあり，辺EFが辺BCと平行になるように，△DEFを△ABCに重ねました。辺ABと辺FD，辺EDと辺ACの交点をそれぞれ点P，Qとすると，四角形APDQができます。

図２



そして，**図３**のように，点Dが辺BC上にあり，辺EFが辺BCと平行になるように，△DEFを左に動かしました。

図３



次の（１）から（３）までの各問いに答えなさい。

（１）二人は，前ページの**図１**の四角形ABCEが平行四辺形になると予想し，予想が成り立つことを示すために，次の**図４**をかきました。

図４

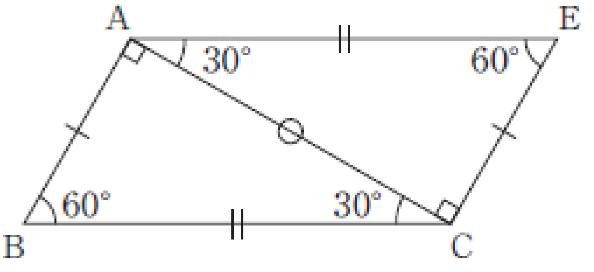


図４において，△ABCと△CEAは合同なので，対応する辺の長さや角の大きさが等しいことがわかります。

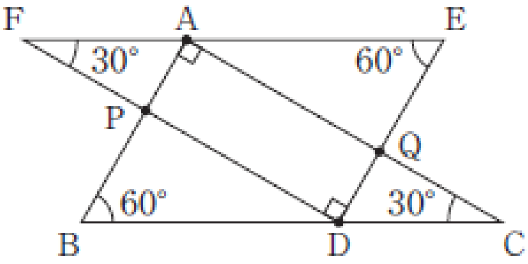
このことから，四角形ABCEが平行四辺形になることは，平行四辺形になるための条件を用いて説明できます。下の**ア**，**イ**のどちらかを選び，選んだ条件を用いて説明しなさい。**ア**，**イ**のどちらを選んで説明してもかまいません。

ア　２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

イ　２組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

（２）二人は，17ページの**図２**，**図３**のように，２つの三角定規が重なったところにできる四角形APDQが長方形になると予想し，予想が成り立つことを示すために，次のような**図５**をかきました。

図５



４つの角がすべて等しい四角形は，長方形になります。四角形APDQについて，∠PAQ＝∠PDQ＝90°より，∠APD＝90°がいえれば，∠AQD＝90°となり，四角形APDQは長方形になります。

そこで，直輝さんは，∠APD＝90°になることについて，次のように考えました。

直輝さんの考え

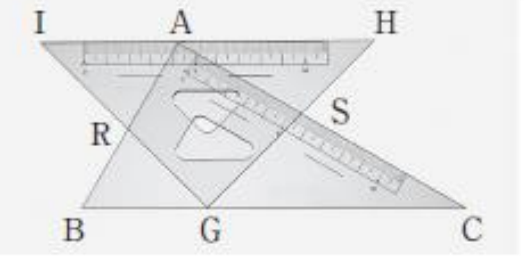
① ∠APDは△AFPの外角だから，∠AFPと∠FAPの和に等しい。
② ２直線FE，BCに直線ABが交わってできる角のうち，錯角である∠FAPと∠PBDは等しくなることから，∠FAP＝∠PBD＝60°になる。
③ ①，②より，
∠APD＝∠AFP＋∠FAP＝30°＋60°＝90°になり，
∠APD＝90°といえそうだ。

直輝さんの考えの②で，錯角である∠FAPと∠PBDは等しくなるといえるのは，直線FEと直線BCに，ある関係が成り立っているからです。その関係を記号を使って表しなさい。

（3）二人は，左に動かす三角定規を，斜辺を底辺としたときの高さが△ABCと等しい45°，45°，90°の三角定規に変えて，重なったところにできる四角形について考えることにしました。

右の**図6**のように，45°，45°，90°の三角定規を△GHIとし，辺ABと辺IG，辺HGと辺ACの交点をそれぞれ点R，Sとすると，四角形ARGSができます。

図6



点Gが辺BC上にあり，辺HIが辺BCと平行になるように，△GHIを左に動かしたとき，二人は，四角形ARGSが長方形にならないと考え，次のような**図7**，**図8**をかきました。

図7

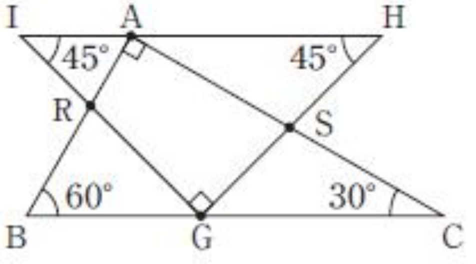
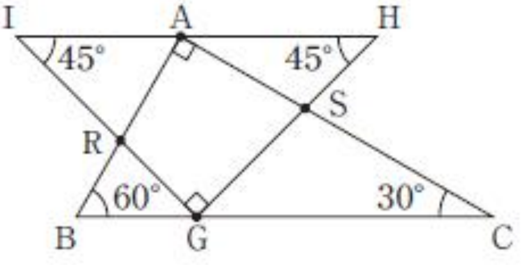


図8



二人は，**図7**，**図8**で，四角形ARGSが長方形にならないことから，四角形ARGSがどんな四角形になるか話し合っています。

直輝さん「△GHIを動かすと四角形ARGSの４つの辺の長さはそれぞれ長くなったり短くなったりするよ。角の大きさはどうなるかな。」
由衣さん「∠RASと∠RGSの大きさはそれぞれ90°で変わらないね。∠ARGと∠ASGの大きさはどうかな。」

△GHIを動かしても，四角形ARGSの∠ARGと∠ASGの和はいつでも180°になります。このほかに，∠ARG，∠ASGの大きさについて，いつでもいえることを書きなさい。