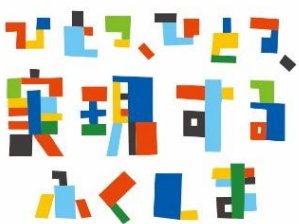


指導者用



全国学力・学習状況調査問題



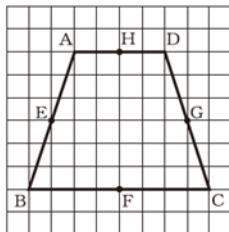
主に「図形」に関する
学習指導の改善・充実を
図る際のポイントを集めま
した。ご活用ください。



Vol.1 (平成19年度～21年度)

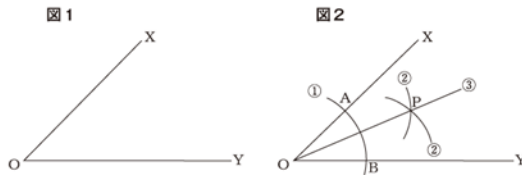
4 次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

(1) 次の方眼紙にかかれた四角形ABCDは線対称な図形です。
四角形ABCDの対称軸を下のアからオの中から1つ選びなさい。



- ア 直線AD
- イ 直線BC
- ウ 直線EG
- エ 直線HF
- オ 直線AC

(2) 図1のような $\angle XOY$ があります。 $\angle XOY$ の二等分線は、図2のように①, ②, ③の順で作図することができます。このとき、①, ②, ③の作図の説明を、下のア, イ, ウの中からそれぞれ1つずつ選びなさい。



- ア 2点A, Bをそれぞれ中心として、等しい半径の円をかき、その交点をPとする。
- イ 直線OPをひく。
- ウ 点Oを中心として円をかき、辺OX, 辺OYとの交点をそれぞれA, Bとする。

設問(1)

正答率83.9%

趣旨

線対称な図形の対応する2点を結ぶ線分が対称軸によって垂直に二等分されるということを基にして、等脚台形の対称軸を見付けることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 対称性の観点からこれまでに学習した図形を見直すことが大切である。例えば、対称軸があるかないか、あるものについてはその本数を調べることが考えられる。
- 具体的な操作を通して、線対称な図形の性質についての理解を深めることが大切である。例えば、紙でできた図形を折ったり、重ねたりすることを通して、対応する点を結んだ線分が対称軸によって垂直に二等分されることを実感を伴って理解することが考えられる。

設問(2)

正答率86.2%

趣旨

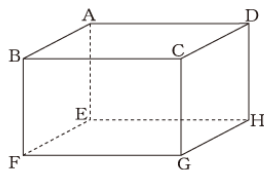
角の二等分線の作図について図に示された手順を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 単に作図をするだけでなく、それぞれの操作の手順や意味を説明できるようにすることが大切である。例えば、第1学年では線対称な図形の性質を根拠として、また第2学年では合同な三角形の性質を根拠として、作図の手順や意味を説明することが考えられる。

5 次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

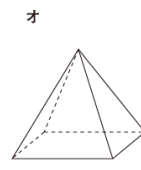
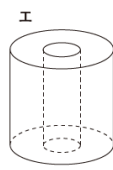
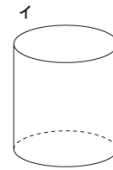
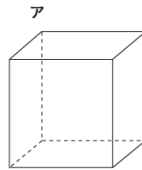
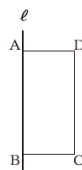
(1) 右の図のような直方体があります。これについて、次の①、②の各問いに答えなさい。



① 面EFGHと垂直な辺を1つ書きなさい。

② 辺BFとねじれの位置にある辺を1つ書きなさい。

(2) 右の図の長方形ABCDを、直線 l を軸として1回転させて立体をつくります。このとき、できる立体の見取図が下のアからオの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。



設問(1)

①正答率66.6%

②正答率70.9%

趣旨

空間における直線や平面の位置関係（面と辺の垂直、辺と辺のねじれの位置）について理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○空間図形の学習では、見取図を見て考えるだけではなく、実際に模型に触れ、様々な位置や視点から観察することが大切である。例えば、辺や面の位置関係が分かるよう、骨組みだけの模型や、一部またはすべてが面で囲まれた模型などを工夫して使うことが大切である。

○図形の要素や性質を記号で表現したり、逆に、記号で表現された要素や性質を図と対応させてとらえるなど、図と記号の対応について双方向から考えることが大切である。そうすることで、辺BFGCや面BGFCといった表記の誤りを防ぐことができると考えられる。

学習指導に当たって

○空間における交わらない2直線の位置関係には、平行な場合に加え、ねじれの位置があることを理解できるようにすることが大切である。

例えば、平面と空間それぞれにおける2直線の位置関係を対比することで、その位置関係の共通点や相違点を理解することが考えられる。

設問(2)

正答率87.2%

趣旨

長方形の一辺を軸とする回転によって円柱が構成されているものと理解しているかどうかをみる。

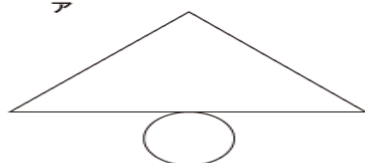
学習指導に当たって

○回転体の特徴についての理解を深めることが大切である。例えば、実際に図形を回転させて、回転体のイメージをもたせ、上から見ると円が現れることや、正面から見ると線対称な図形が現れることなど、回転体の特徴を明確にすることが考えられる。

(3) 下のアからオの中に、右の見取図で示された円錐の展開図があります。正しいものを1つ選びなさい。



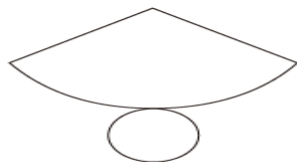
ア



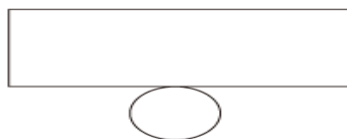
イ



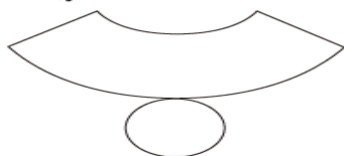
ウ



エ



オ



設問(3)

正答率88.6%

趣旨

円錐の見取図を展開図に置き換えられるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○展開図については、立体から展開図をつくったり、展開図から立体をつくったりする中で、実感を伴って理解できるようにすることが大切である。

例えば、二等辺三角形の紙で円錐の側面をつくろうとすると円錐にならないことや、このとき、立体が円錐になるよう余分な部分を切り取って展開するとおうぎ形になることを実際に確かめることが考えられる。

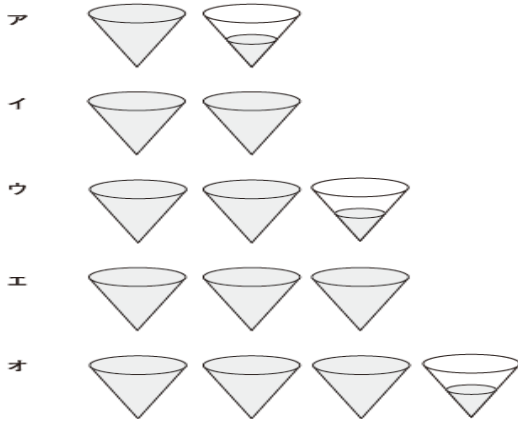
○母線の運動によって円錐の側面が構成されるという見方を基にして、円錐の展開図についての理解を深めることが大切である。

例えば、円錐の頂点と底面の周上の点との距離が一定であることや、その結果として、側面の展開図は母線を半径とする円の一部になることを確認することが考えられる。

(4) 下の図は、円柱、円錐の形をした容器です。それぞれの容器の底面は合同な円で、高さは等しいことが分かっています。この円柱の容器いっぱいに入れた水を円錐の容器に移します。



このとき、下のアからオの中に、円柱の容器に入っていた水と同じ量の水を表している図があります。正しいものを1つ選びなさい。



設問(4) 正答率38.1%

趣旨

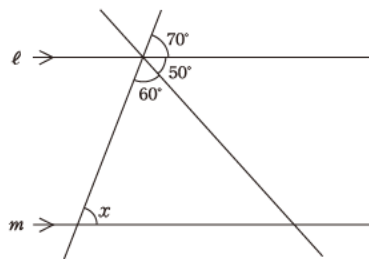
円錐の体積を、底面が合同で高さが等しい円柱の体積との関係で理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

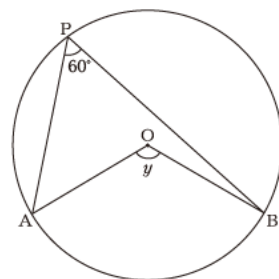
- 柱体と錐体の体積の関係について、実験や実測を通して、実感を伴って理解できるようにすることが大切である。
本問題では、水を円柱から円錐に移す場面について予想を立て、実験や実測を通して確かめることが考えられる。また、水を円錐から円柱に移すという逆の場面についても取り上げ、双方向から理解を深めることも考えられる。
- 平面図形の面積と空間図形の体積とを対比することで、それぞれの特徴を的確に理解できるようにすることが大切である。
本問題で選択肢イを選んだ生徒には、底辺と高さがそれぞれ等しい三角形と平行四辺形の面積の比は1：2であるのに対し、底面積と高さがそれぞれ等しい円錐と円柱の体積の比は1：2とはならないことなど、平面図形の面積と空間図形の体積の違いを確認することが考えられる。
- 見た目だけで判断するのではなく、その判断の根拠を明らかにし、それに基づいて説明できるようにすることが大切である。本問題では、体積の公式により、底面と高さがそれぞれ等しい円柱と円錐の体積の比が3：1となることを根拠として、3杯となることを判断し、説明することが考えられる。

6 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 下の図で、直線 l , m は平行です。このとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



(2) 下の図で、3点A, B, Pは円Oの周上にある点で、 $\angle APB = 60^\circ$ です。このとき、 $\angle y$ の大きさを求めなさい。



設問(1)

正答率91.7%

趣旨

1組の平行線に直線が交わってできる角の性質を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 角の大きさを求める際に、根拠を明らかにし、それに基づいて説明する活動を取り入れることが大切である。本問題では、「平行線の同位角の大きさは等しいから」といった根拠に基づいて説明することが考えられる。このような活動は、後の証明の学習につながる。
- 平行線と角の性質について実感を伴って理解できるようにすることが大切である。例えば、1組の平行線を固定してそれと交わる直線をいくつかかき、錯角や同位角の大きさを実測することにより、それらがいつでも等しいことを理解することが考えられる。

設問(2)

正答率85.8%

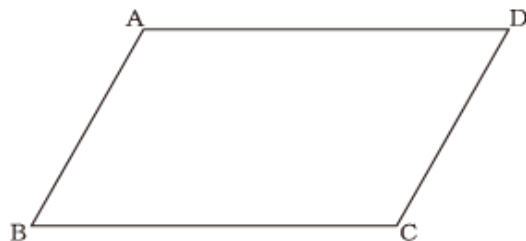
趣旨

「1つの弧に対する円周角の大きさは、それと同じ弧に対する中心角の大きさの2分の1に等しいこと」を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 角の大きさを求める際に、設問(1)と同様に、「円周角は中心角の2分の1だから」といった根拠を明らかにし、それに基づいて説明する活動を取り入れることが大切である。
- 円の中心が円周角の外部にある場合など、円周角と中心角の位置関係を変えても、円周角は中心角の2分の1という関係が成り立つことを理解できるようにすることが大切である。その際には、予想を立ててから実測するなどして、実感を伴って理解できるようにすることが考えられる。

(3) 下の四角形ABCDにおいて、「AB // DC, AB = DC」が成り立っています。このことは平行四辺形になるための条件に当てはまっているので、四角形ABCDは平行四辺形になることが分かります。



上の下線部「AB // DC, AB = DC」が表しているものを、下のアからオの中から1つ選びなさい。

- ア 2組の向かい合う辺がそれぞれ平行である。
- イ 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい。
- ウ 2組の向かい合う角がそれぞれ等しい。
- エ 対角線がそれぞれの中点で交わる。
- オ 1組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい。

設問(3)

正答率67.2%

趣旨

記号を用いて表された「平行四辺形になるための条件」を正しく理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 記号で表された図形の性質を、図と対応させてよみとることができるようにすることが大切である。本問題では、選択肢アとイを選んだ生徒は辺の平行や相等はよみとれているので、「2組の辺」や「1組の辺」の意味を図と対応させて確認することが考えられる。
- 「平行四辺形の1組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい」ことを図の記号を用いて表すと2通りに表せることなど、言葉と記号による表現の違いを図と対応させながら確認できるようにすることが大切である。

- 7 下のように「平行四辺形の2組の向かい合う辺はそれぞれ等しい」ことを証明しました。

証明

平行四辺形ABCDの対角線ACをひく。

$\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ において、
平行線の錯角は等しいから、

AB//DCより、

$$\angle BAC = \angle DCA \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

AD//BCより、

$$\angle BCA = \angle DAC \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

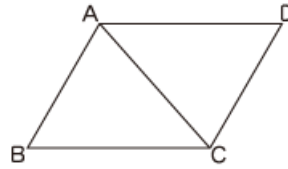
また、AC=CA (ACは共通) $\dots\dots \textcircled{3}$

$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{3}$ より、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$$

よって、AB=CD、BC=DA

したがって、平行四辺形の2組の向かい合う辺はそれぞれ等しい。



ある学級で、この証明について下のアからエのような意見が出されました。正しいものを1つ選びなさい。

ア 上のように証明しても、平行四辺形の2組の向かい合う辺がそれぞれ等しいかどうかは測って確認しなければならない。

イ 上のように証明しても、ほかの平行四辺形については、2組の向かい合う辺がそれぞれ等しいことを、もう一度証明する必要がある。

ウ 上の証明から、すべての平行四辺形で、2組の向かい合う辺はそれぞれ等しいことが分かる。

エ 上の証明から、台形の2組の向かい合う辺はそれぞれ等しいことも分かる。

出題の趣旨

正答率73.6%

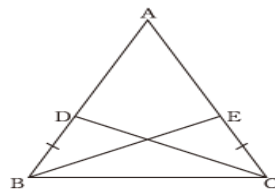
証明の意義について理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○証明に用いる図は、条件に当てはまるすべての図の代表として用いられていることを理解できるようにすることが大切である。

例えば、証明した後で、条件に合う別の図でも証明が成り立つことを確認することにより、もう一度証明する必要がないことを理解することが考えられる。

- 8 下の図のような $AB=AC$ の二等辺三角形 ABC があります。
 辺 AB 、辺 AC 上に $BD=CE$ となる点 D 、点 E をそれぞれとります。
 このとき、 $CD=BE$ となることを、次のように証明しました。



証明

$\triangle DBC$ と $\triangle ECB$ において、
 仮定から、 $BD=CE$ ……①
 $\triangle ABC$ は二等辺三角形なので底角は等しいから、
 $\angle DBC = \angle ECB$ ……②
 また、 $BC=CB$ (BC は共通) ……③
 ①、②、③より、 から、
 $\triangle DBC \equiv \triangle ECB$
 したがって、 $CD=BE$

上の に当てはまる三角形の合同条件を、下のアからオの中から1つ選びなさい。

- ア 3辺がそれぞれ等しい
 イ 2辺とその間の角がそれぞれ等しい
 ウ 1辺とその両端の角がそれぞれ等しい
 エ 直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい
 オ 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい

出題の趣旨

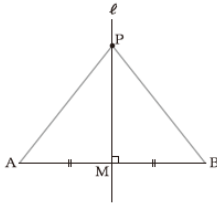
正答率73.9%

証明をよみ、そこに用いられている三角形の合同条件を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 図に示されたことを記号を用いて示すことと、記号で表されたことを図と対応させてよみとることを的確にできるようにすることが大切である。例えば、三角形の合同条件を成り立たせる3つの要素（証明中の①、②、③）を、図に色や印を付けて対応させる工夫が考えられる。また、本問題のように合同な三角形が重なり合っている場合には、2つの三角形を別々にかき出し、辺や角の対応関係を確認することも大切である。
- 本問題では、解答類型1や3の場合と、4や5の場合とでは、誤答の原因が異なるので、それらを的確につかみ、適切に指導することが大切である。
 例えば、解答類型4と5の場合は、 $\angle BDC$ や $\angle CEB$ の大きさが必ずしも直角であるとは限らないことを、命題の仮定を振り返って、確認することが考えられる。

4 下の図のように、線分ABの垂直二等分線 ℓ をひいて、線分ABとの交点をMとします。また、直線 ℓ 上に点Pをとります。



このとき、 $PA=PB$ となることを、下のように証明しましたが、この証明にはまちがいがあります。

証明

$\triangle PAM$ と $\triangle PBM$ において、
 仮定から、
 $AM = BM$ ①
 $PA = PB$ ②
 また、 $PM = PM$ (PMは共通)③
 ①、②、③より、
 3辺がそれぞれ等しいから、
 $\triangle PAM \equiv \triangle PBM$
 したがって、 $PA = PB$

次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 前ページの証明のまちがいは、下に示した \square の中にあります。まちがっている部分を、解答用紙の \square の中に下線()をひいて示しなさい。

$\triangle PAM$ と $\triangle PBM$ において、

仮定から、
 $AM = BM$ ①
 $PA = PB$ ②
 また、 $PM = PM$ (PMは共通)③
 ①、②、③より、
 3辺がそれぞれ等しいから、
 $\triangle PAM \equiv \triangle PBM$

したがって、 $PA = PB$

(2) 上の証明の \square の中を正しく書き直しなさい。

$\triangle PAM$ と $\triangle PBM$ において、

\square

したがって、 $PA = PB$

設問(1)

正答率59.5%

趣旨

証明を振り返り評価し、仮定と結論の意味に基づいて証明の中の誤りを指摘することができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○命題の結論は、証明で根拠として用いることができないことを理解できるようにすることが大切である。そのためには、日常生活での経験や数学の簡単な命題で根拠を問う例を取り上げることが考えられる。

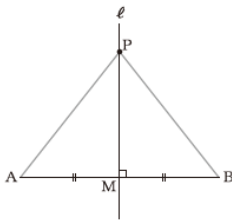
例えば、「雨が降ったから運動会は中止になった。」において、「運動会が中止になった」根拠は「雨が降ったから」であり、「運動会が中止になったから」ではない。また、「二等辺三角形の底角は等しい。」において、「底角が等しい」根拠は「二等辺三角形だから」であり、「底角が等しいから」ではない。

このような事例と照らし合わせながら、結論を根拠として用いられないことを理解できるようにすることが考えられる。

○証明における仮定と結論を理解し、それらを区別できるようにすることが大切である。

例えば、問題の条件から生徒自身が図をかくことを通して、分かっている事柄と、分かっている事柄を理解することが考えられる。その際、それらを図の中で印や色を変えて区別することも有効である。

4 下の図のように、線分ABの垂直二等分線 ℓ をひいて、線分ABとの交点をMとします。また、直線 ℓ 上に点Pをとります。



このとき、 $PA=PB$ となることを、下のように証明しましたが、この証明にはまちがいがあります。

証明

$\triangle PAM$ と $\triangle PBM$ において、
 仮定から、
 $AM=BM$ ①
 $PA=PB$ ②
 また、 $PM=PM$ (PMは共通)③
 ①、②、③より、
 3辺がそれぞれ等しいから、
 $\triangle PAM \equiv \triangle PBM$
 したがって、 $PA=PB$

次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 前ページの証明のまちがいは、下に示した \square の中にあります。
 まちがっている部分を、解答用紙の \square の中に下線()を
 ひいて示しなさい。

$\triangle PAM$ と $\triangle PBM$ において、

仮定から、
 $AM=BM$ ①
 $PA=PB$ ②
 また、 $PM=PM$ (PMは共通)③
 ①、②、③より、
 3辺がそれぞれ等しいから、
 $\triangle PAM \equiv \triangle PBM$
 したがって、 $PA=PB$

(2) 上の証明の \square の中を正しく書き直しなさい。

$\triangle PAM$ と $\triangle PBM$ において、

\square

したがって、 $PA=PB$

設問(2)

正答率49.0%

趣旨

与えられた証明の評価に基づき、それを改善するために、設問(1)で指摘した誤りを正しく書き直すことができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○証明の学習において、不十分な証明や誤った証明を基に、その証明の不十分なところや誤りを指摘し、よりよい記述や正しい表現の仕方について考え、証明を改める活動を取り入れることが大切である。

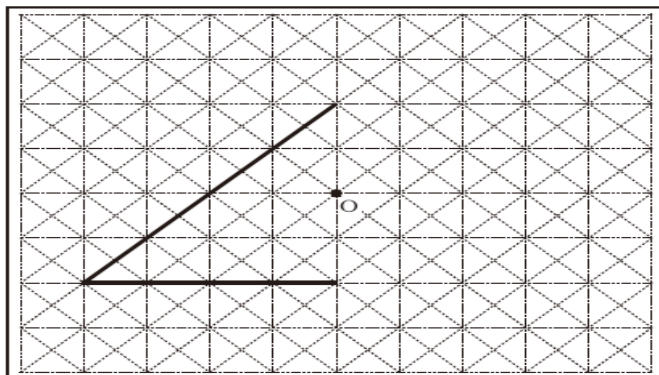
本問題のように結論を根拠として用いている誤った証明を取り上げ、話し合いを通して生徒がよりよい証明に改める場を設けることが考えられる。

○三角形の合同条件と命題の仮定を対比し、見通しをもって証明を構想できるようにすることが大切である。|そうすることで、(例1)や(例2)のような誤りを防ぐことができると考えられる。

例えば、合同であることを示したい2つの三角形を見だし、どの合同条件が使えるのか、そのためには、どの辺やどの角の相等を示せばよいのかについて明らかにすることで、見通しをもつことができると考えられる。

4 次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1) 下の図は、点Oを対称の中心とする点対称な図形の一部です。この点対称な図形を、解答用紙の中の点線(-----)を利用して太線(——)で完成しなさい。



A 4 設問(1)

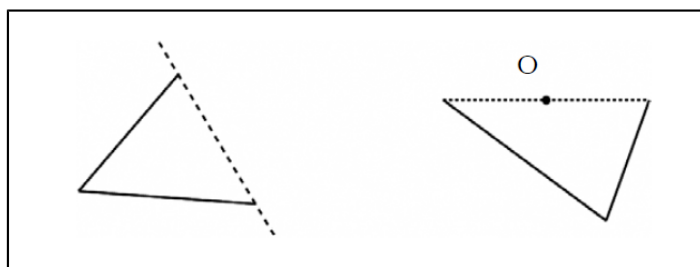
正答率58.4%

趣旨

図形の一部と対称の中心が与えられたときに、点対称な図形を完成することができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 点対称と線対称を対比しながら、それぞれの意味と性質を理解できるようにすることが大切である。
例えば、平行四辺形など基本的な図形を取り上げて、対称の意味や性質を根拠として、点対称な図形であるか、線対称な図形であるかを調べる活動を取り入れることが考えられる。
- 点対称と線対称の意味と性質にもとづいて、対称な図形を完成できるようにすることが大切である。例えば、下の図のように対称の軸をななめに置いて図形を完成したり、図形の一部の置き方を工夫して点対称な図形を完成したりする活動を取り入れることが考えられる。



- 完成された図形の対称性を様々な方法で確認することが大切である。その際には、図をかいたときとは別の方法で確かめることができるようにするとよい。
例えば、対称の中心を通り、長さが等しい線分をつくって点対称な図形を完成した場合、でき上がった図形を180°回転して重なるかどうかを確認する活動を取り入れることが考えられる。

(2) 直線 ℓ 上の点 P を通る ℓ の垂線を、下の①、②、③の手順で作図しました。

作図の方法

- ① 点 P を中心として、適当な半径の円をかき、 ℓ との交点をそれぞれ点 A 、点 B とする。
- ② 点 A 、点 B を中心として、等しい半径の円を交わるようにかき、その交点の1つを点 Q とする。
- ③ 点 P と点 Q を通る直線をひく。



この作図の方法は、対称な図形の性質を用いているとみることができます。どのような性質を用いているといえますか。下のアからオの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア 点 A を対称の中心とする点対称な図形の性質を用いている。
- イ 点 B を対称の中心とする点対称な図形の性質を用いている。
- ウ 点 Q を対称の中心とする点対称な図形の性質を用いている。
- エ 直線 AB を対称軸とする線対称な図形の性質を用いている。
- オ 直線 PQ を対称軸とする線対称な図形の性質を用いている。

A 4 設問(2)

正答率52.1%

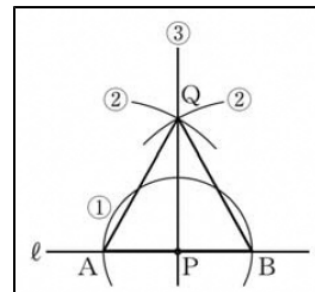
趣旨

垂線の作図方法を図形の対称性に着目して見直すことができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 作図の方法を図形の対称性に着目して見直すことができるようにすることが大切である。

本問題を使って授業を行う場合、二等辺三角形 QAB が線対称な図形であることに着目すると、直線 QP は対称の軸で $QP \perp AB$ となることから、点 P を通る直線 ℓ の垂線を作図できていることを確かめる活動を取り入れることが考えられる。

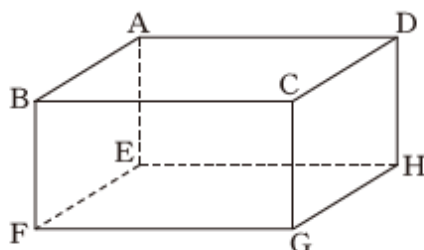


- 作図されたものを、作図の方法の根拠にもとづいて確かめることができるようにすることが大切である。

例えば、本問題で、選択肢エを選択した(解答類型4)生徒に対しては、線対称の意味を確認した上で、直線 AB で折り返したときに何と何が重なるのかを探し、重なるものがないことを確認する活動を取り入れることが考えられる。

5 次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

(1) 下の図の直方体について、面ABFEと垂直な辺を1つ書きなさい。



A 5 設問(1)

正答率66.3%

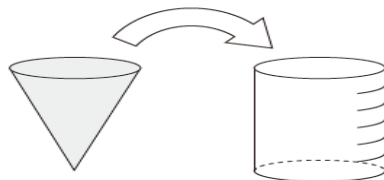
趣旨

空間における直線や平面の位置関係（面と辺の垂直）について理解しているかどうかをみる。

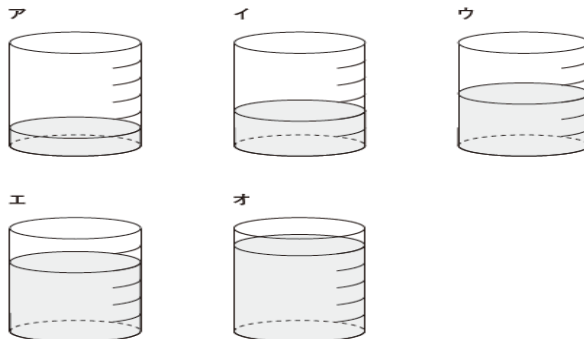
学習指導に当たって

- 空間図形の学習では、空間における直線や平面の位置関係を実感できるようにすることが大切である。
 例えば、見取図を見て考えるだけでなく、模型づくりなどを通して立体に触れたり、コンピュータを利用したりするなどして、空間における直線や平面の位置関係を、様々な角度や視点から観察する活動を取り入れることが考えられる。
- 空間における直線や平面の位置関係を、その意味にもとづいて確かめることができるようにすることが大切である。
 本問題を使って授業を行う場合、辺ADが面ABFEと垂直であるかどうかを調べるときには、平面上の交わる2直線に垂直な直線はその平面に垂直であることから、 $AD \perp AB$ 、 $AD \perp AE$ を確かめる活動を取り入れることが考えられる。
- 辺や面を記号を用いて適切に表すことができるようにすることが大切である。
 本問題を使って授業を行う場合、記号を用いて適切に辺や面の位置関係を表現できているかを確かめるために、「面ABFEと辺ADが垂直である。」と言葉で表現したり、「面ABFE \perp 辺AD」と記号で表現したりする活動を取り入れることが考えられる。

(2) 下の図は、円錐と円柱の形をした容器です。それぞれの容器の底面は合同な円で、高さは等しいことが分かっています。また、円柱の容器には高さを6等分した目盛りがついています。この円錐の容器いっぱいに入れた水を円柱の容器に移します。



下のアからオの中に、円錐の容器に入っていた水と同じ量の水を表している図があります。正しいものを1つ選びなさい。



A 5 設問(2)

正答率52.4%

趣旨

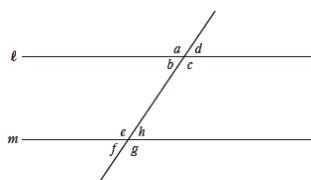
円錐の体積を、底面が合同で高さが等しい円柱の体積との関係から理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 錐体と柱体の体積の関係について、実験や実測を通して、実感を伴って理解できるようにすることが大切である。
例えば、水を円錐から円柱に移す場面について予想を立て、実験や実測を通して確かめる活動を取り入れることが考えられる。また、水を円柱から円錐に移すという逆の場面についても取り上げ、双方向から理解を深めるようにすることも考えられる。
- 平面図形の面積と空間図形の体積とを対比することで、それぞれの特徴を的確に理解できるようにすることが大切である。
本問題で、選択肢ウを選択した(解答類型3)生徒に対しては、底辺と高さがそれぞれ等しい三角形と四角形の面積の比は1:2であるのに対し、底面積と高さがそれぞれ等しい円錐と円柱の体積の比は1:2とはならないことなど、平面図形の面積と空間図形の体積の違いを確認する活動を取り入れることが考えられる。
- 見た目だけで判断するのではなく、その判断の根拠を明らかにし、それにもとづいて判断を説明できるようにすることが大切である。
本問題を使って授業を行う場合、体積の公式により、底面と高さがそれぞれ等しい円錐と円柱の体積の比が1:3となることを根拠として、円錐の体積が円柱の体積の $\frac{1}{3}$ となることを判断し、説明する活動を取り入れることが考えられる。

6 次の(1)から(5)までの各問いに答えなさい。

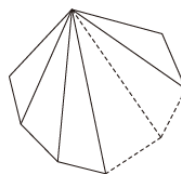
(1) 下の図で、直線 ℓ 、直線 m は平行です。



このとき、2つの角の和が 180° になるものを、下のアからオの中から1つ選びなさい。

- ア $\angle e$ と $\angle g$
- イ $\angle c$ と $\angle h$
- ウ $\angle a$ と $\angle e$
- エ $\angle a$ と $\angle g$
- オ $\angle d$ と $\angle f$

(2) 下の図のように、 n 角形は1つの頂点からひいた対角線によって、いくつかの三角形に分けられます。



このことから、 n 角形の内角の和は $180^\circ \times (n - 2)$ で表すことができます。

この式の $(n - 2)$ は、 n 角形において何を表していますか。下のアからオの中から1つ選びなさい。

- ア 頂点の数
- イ 辺の数
- ウ 内角の数
- エ 1つの頂点からひいた対角線の数
- オ 1つの頂点からひいた対角線によって分けられた三角形の数

A 6 設問(1)

正答率79.9%

趣旨

1組の平行線に直線が交わってできる角の性質を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 同位角や錯角が等しくなることなど、平行な2直線に1直線が交わってできる角の性質を理解できるようにすることが大切である。
例えば、2直線に1直線が交わってできる8つの角について位置関係を調べたり、2直線が平行な場合に等しくなる角の組合せや和が 180° になる角の組合せをあげ、同位角や錯角の観点からその理由を説明したりする活動を取り入れることが考えられる。

A 6 設問(2)

正答率46.7%

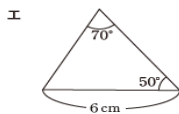
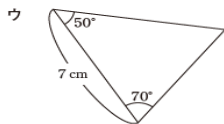
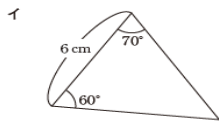
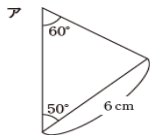
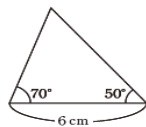
趣旨

n 角形の内角の和を求める公式の意味を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

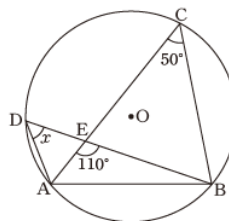
- 多角形の内角の和を表す式の意味を理解できるようにすることが大切である。
例えば、五角形や六角形の場合で内角の和について調べて、 n 角形の場合について推測する活動を取り入れることが考えられる。また、 n 角形の内角の和を表す式の意味を、五角形など特殊な場合で確かめる活動を取り入れることが考えられる。
- 式の意味を場面に即してよみとることができるようにすることが大切である。
本問題を使って授業を行う場合、本問題の図と $180^\circ \times (n - 2)$ を対応付けることで、 $(n - 2)$ が1つの頂点からひいた対角線で分割された三角形の数を意味することを確認する活動を取り入れることが考えられる。
また、多角形の内角の和を求める式を導くときだけでなく、その式を使うときにも、式の意味を確認する活動を取り入れることが考えられる。

(3) 右の三角形と合同な三角形を、下のアからエの中から1つ選びなさい。



(4) 下の図で、4点A, B, C, Dは円Oの周上にある点で、点Eは線分ACと線分BDの交点です。

$\angle ACB = 50^\circ$, $\angle AEB = 110^\circ$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



A 6 設問(3)

正答率65.4%

趣旨

三角形の合同条件を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 三角形の合同条件を用いるために必要な情報を収集、整理できるようにすることが大切である。
本問題を使って授業を行う場合、三角形の合同条件を確認した上で、辺や角について分かっていることを整理し、三角形の内角の和が 180° であることを用いて提示されていない角の大きさを求める活動を取り入れることが考えられる。
- 2つの三角形が合同であるかどうかを調べるときに、三角形の合同条件を根拠として用いることができるようにすることが大切である。
例えば、2つの三角形における辺や角の相等関係が2つ分かっているときに、合同になるために必要な残り1つの相等関係を見いだす活動を取り入れることが考えられる。
- 合同と判断した三角形を合同条件を根拠として確かめることができるようにすることが大切である。
本問題で、選択肢エを選択した(解答類型4)生徒に対しては、三角形の合同条件を確認した上で、選択肢エの 50° 、 70° の2角が6 cmの辺の両端の角になっておらず、対応した辺や角となっていないことを確認する活動を取り入れることが考えられる。

A 6 設問(4)

正答率60.3%

趣旨

円周角の性質を理解しているかどうかをみる。

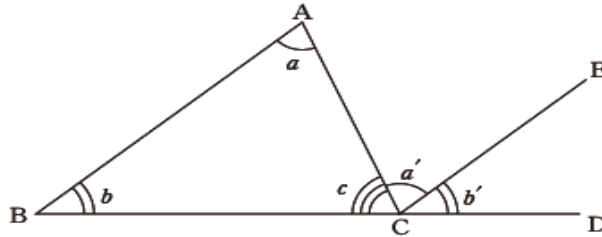
学習指導に当たって

- 同じ弧に対する円周角の関係や、円周角と中心角の関係を、観察、操作や実験を通して見だし、角の大きさを測って確かめることで、実感を伴って理解できるようにすることが大切である。
例えば、円周上で、同じ弧に対する円周角をいくつもかき、実測を通して、それらの角の大きさがすべて等しいことや、円周角が中心角の半分になることを確かめる活動を取り入れることが考えられる。また、コンピュータを利用してこれらの活動を行うことも考えられる。
- 円周角の大きさを求めるために必要な情報を適切に取捨選択できるようにすることが大切である。
本問題を使って授業を行う場合には、求めるものが弧ABに対する円周角の大きさであることを確認した上で、それを求めるために必要となる円周角の性質や角の大きさを選ぶ活動を取り入れることが考えられる。

(5) 千夏さんは、「三角形の内角の和は 180° である。」という性質が成り立つ理由を、次のように考えました。

理由

下の図の $\triangle ABC$ で、辺 BC を延長した直線上の点を D とし、点 C を通り辺 BA に平行な直線 CE をひく。



① から, $\angle a = \angle a'$

② から, $\angle b = \angle b'$

したがって, 三角形の内角の和を求めると,

$$\begin{aligned} \angle a + \angle b + \angle c &= \angle a' + \angle b' + \angle c \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$

上の ①, ② に当てはまることならを, 下のアからエの中からそれぞれ1つずつ選びなさい。

- ア 対頂角は等しい
- イ 平行線の同位角は等しい
- ウ 平行線の錯角は等しい
- エ 三角形の内角の和は 180° である

A 6 設問 (5)

①正答率79.0%

②正答率83.2%

趣旨

証明で用いられている平行線の性質を理解しているかどうかをみる。

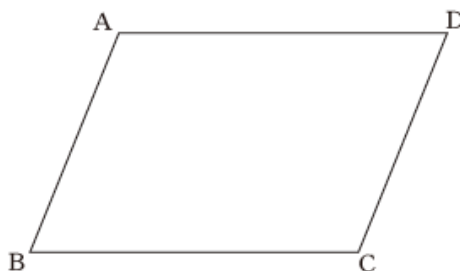
学習指導に当たって

○ 図形の性質を調べるときに、平行線や角の性質を根拠として用いていることを理解できるようにすることが大切である。

例えば、図形の性質の考察において、同位角、錯角の位置関係や平行な2直線をとらえることを通して、根拠として用いている平行線や角の性質を明らかにする活動を取り入れることが考えられる。

7 四角形は、1組の向かい合う辺が平行でその長さが等しいとき、平行四辺形になります。

下線部を、下の図の四角形ABCDの辺と、記号 $//$, $=$ を使って表しなさい。



正答率58.2%

出題の趣旨

図形の性質や条件を、記号を用いて表すことができるかどうかをみる。

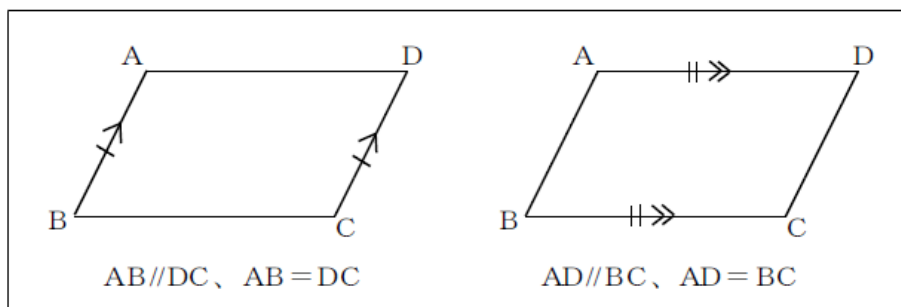
学習指導に当たって

- 言葉で表現された辺や角などの関係を、図と対応させてよみとれるようにすることが大切である。

本問題を使って授業を行う場合には、「1組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい。」という表現について、該当する辺を図で確かめ、図に色や印を付けた上で、その関係を記号で表現する活動を取り入れることが考えられる。

- 「平行四辺形の1組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい」ことを図の記号を用いて表すと2通りに表せることなど、言葉と記号による表現の違いを図と対応させながら確認できるようにすることが大切である。

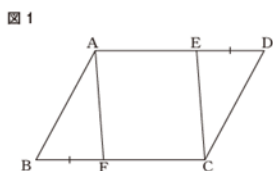
例えば、次の平行四辺形ABCDにおいて、「平行四辺形の1組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい」ことを記号で表すと「 $AB//DC$ 、 $AB=DC$ 」、「 $AD//BC$ 、 $AD=BC$ 」の2通りに表せることを確かめることが考えられる。



- 辺や角などの関係について、言葉による表現を記号に置き換えたり、記号による表現を言葉に置き換えたりできるようにすることが大切である。

例えば、図形の性質の証明を行う際に、言葉で表された仮定を記号で表現したり、記号で表された結論を言葉で表現したりするといったように、様々な場面で言葉の表現と記号の表現を繰り返し関連付ける活動を取り入れることが考えられる。

8 平行四辺形ABCDの辺AD、辺BC上に、 $DE = BF$ となるような点E、点Fをそれぞれとるとき、 $AF = CE$ となることを、ある学級では、下の図1をかいて証明しました。

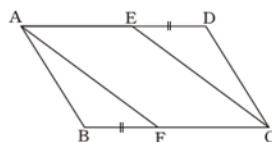


証明

△ABF と △CDE において
 四角形 ABCD は平行四辺形だから、
 $AB = CD$ …… ①
 $\angle ABF = \angle CDE$ …… ②
 仮定から、 $BF = DE$ …… ③
 ①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ABF \cong \triangle CDE$
 したがって、 $AF = CE$

この証明のあと、図1と形の違う図2のような平行四辺形ABCDについても、同じように $AF = CE$ となるかどうかを考えてみたところ、下のアからエのような意見が出ました。正しいものを1つ選びなさい。

図2



- ア 図2の場合も、 $AF = CE$ であることは、すでに前ページの証明で示されている。
- イ 図2の場合は、 $AF = CE$ であることを、改めて証明する必要がある。
- ウ 図2の場合は、 $AF = CE$ であることを、それぞれの長さを測って確認しなければならない。
- エ 図2の場合は、 $AF = CE$ ではない。

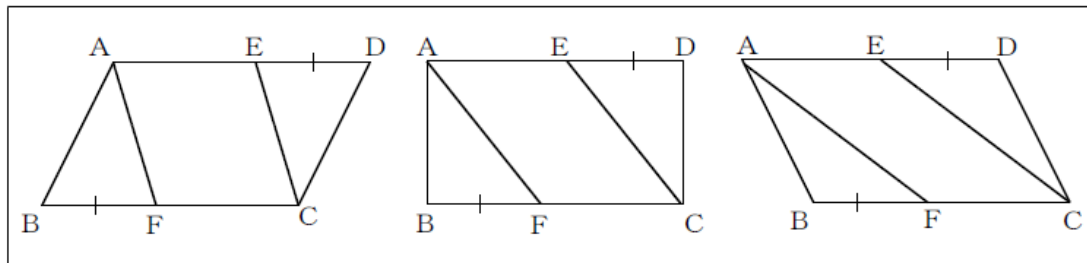
出題の趣旨

正答率58.3%

証明の意義について理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 条件に合う複数の図で同じ証明が成り立つことを理解できるようにすることが大切である。
 例えば、証明をする前に、下の図のように条件に合う図を複数かき、どの場合でも結論が成り立つことを確かめ、それぞれの図形で証明を行うことを通して、図が変わっても証明が変わらないことを確認する活動を取り入れることが考えられる。
 また、証明した後で、条件に合う別の図でも証明が成り立つことを確かめることを通して、同じ条件を満たす他の図で改めて証明する必要がないことを実感する活動を取り入れることが考えられる。

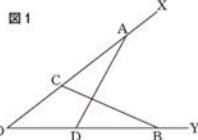


4 拓也さんは、次の問題を考えています。

問題

下の図1のように、 $\angle XOY$ の辺OXと辺OY上に、 $OA = OB$ となるように点Aと点Bを、 $OC = OD$ となるように点Cと点Dを、それぞれとります。

点Aと点D、点Bと点Cをそれぞれ結ぶとき、 $AD = BC$ となることを証明しなさい。

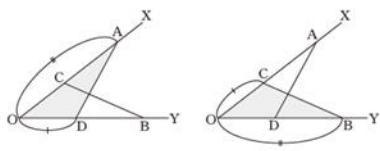


拓也さんは、証明の方針を下のようなメモにまとめました。

拓也さんのメモ

◇ $AD = BC$ を証明するためには、 $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ の合同を示せばよい。

◇ 図1の $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ を見やすくするために、2つの図に分けて、仮定を表すと、下のようになる。



◇ ②をもとにすると、 $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ の合同が示せそうだ。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 拓也さんのメモの◇にあるように、 $AD = BC$ を証明するために、 $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ の合同を示せばよいのは、合同な図形のどのような性質からですか。下のアからエの中から1つ選びなさい。

- ア 合同な図形の対応する辺の長さは等しい。
- イ 合同な図形の対応する角の大きさは等しい。
- ウ 合同な図形の周の長さは等しい。
- エ 合同な図形の面積は等しい。

B 4 設問(1)

正答率64.0%

趣旨

証明の方針を立てる際に根拠となる事柄を筋道立てて考えることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○ 根拠を正確に表現できるようにすることが大切である。

例えば、証明を振り返り、根拠として「合同な図形の性質より」、「合同だから」と表現している場合に、本問題のように、「合同な図形の対応する辺の長さは等しいから」と正確に表現することによって、証明が分かりやすくなることを実感する機会を設けることが考えられる。

(2) 前ページの問題で、 $AD = BC$ となることを証明しなさい。

B 4 設問(2)

正答率44.2%

趣旨

方針にもとづいて証明することができるかどうかをみる。

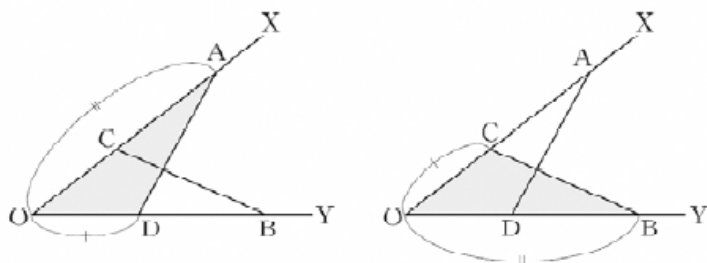
学習指導に当たって

- 証明の方針を立てることができるようにすることが大切である。
 例えば、証明問題に取り組む際に、本問題の「拓也さんのメモ」のように、結論である $AD = BC$ を導くために、 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ を示せばよいことを明らかにしたり、 $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ について分かっていることを図を用いて整理したりするなど、生徒が方針を立てる活動を取り入れることが考えられる。
- 方針にもとづいて証明を書けるようにすることが大切である。
 例えば、提示された方針をよみとることや、方針にもとづいて証明を書くことを通して、方針が証明を書くことに役立つと実感できる活動を取り入れることが考えられる。
 方針にもとづいて証明が書けない生徒に対しては、証明を書く前に図で対応する辺や角を指さしながら口頭で証明を伝え合うとともに、証明をその形式に合わせて書く活動を取り入れることが考えられる。
 方針をよみとれない生徒に対しては、結論を示すのに必要なことは何か(下の本問題中の拓也さんのメモ ①)、仮定から分かることは何か(②)、それらを結び付けるには何をしたらよいか(③)を表していることを確認することが考えられる。

拓也さんのメモ

① $AD = BC$ を証明するためには、 $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ の合同を示せばよい。

② 図1の $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ を見やすくするために、2つの図に分けて、仮定を表すと、下のようになる。



③ ②をもとにすると、 $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ の合同が示せそうだ。

(3) 拓也さんは、 $AD = BC$ を、 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ をもとにして証明しました。
 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ をもとにすると、前ページの問題の図形について、 $AD = BC$ 以外に新しいことが分かります。それを下のアからエの中から1つ選びなさい。

ア $OC = OD$

イ $OC = BD$

ウ $\angle OAD = \angle OBC$

エ $\angle OAD = \angle BOC$

B 4 設問(3)

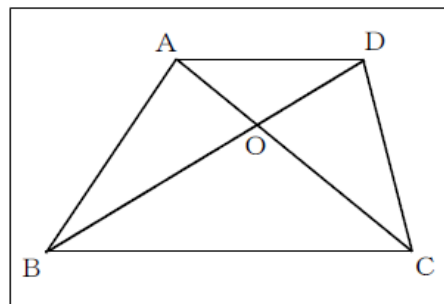
正答率67.0%

趣旨

証明を振り返って考えることができるかどうかをみる。

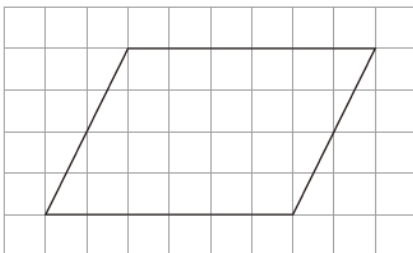
学習指導に当たって

- 証明にもとづいて新たな性質を見いだすことの意味を理解できるようにすることが大切である。
 例えば、本問題において、「ア $OC = OD$ 」を選択した(解答類型1)生徒に対しては、 $OC = OD$ が仮定であることを確認した上で、「 $AD = BC$ の他に成り立つことはないですか。」と問いかけ、証明に用いられていない性質や関係を見いだすように促すことが考えられる。
- 証明を振り返り、三角形の合同条件と合同な図形の性質に着目して新たな性質を見いだすことができるようにすることが大切である。
 例えば、本問題の場合では、 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ を導くために「 $OA = OB$ 、 $OD = OC$ 、 $\angle AOD = \angle BOC$ 」を用いていることから、残りの3つの関係「 $AD = BC$ 、 $\angle ODA = \angle OCB$ 、 $\angle OAD = \angle OBC$ 」を見いだす活動を取り入れることが考えられる。
 また、線分 AD と線分 BC の交点を E として、 $\triangle EAC \equiv \triangle EBD$ を導くことを発展的に取り上げることなど、見いだされた性質をもとにして新しい性質を導く活動を取り入れることが考えられる。
- 様々な場面で証明を振り返り、新たな性質を見いだすことができるようにすることが大切である。
 例えば、生徒の学習状況に十分配慮した上で、証明や説明の結果やその過程で使われたことに着目し、新たな性質を見いだす活動を取り入れることが考えられる。具体的な場面としては、次のようなものが考えられる。
 - ① 二等辺三角形の底角が等しくなることの証明にもとづいて、頂角の二等分線が底辺を垂直に二等分することを見いだす。
 - ② 右の図において、台形 $ABCD$ の面積について、 $\triangle ABC = \triangle DBC$ の証明にもとづいて、 $\triangle OAB = \triangle ODC$ を見いだす。



4 次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 次の方眼紙にかかれた平行四辺形について、下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。



- ア 線対称であり、点対称でもある。
- イ 線対称であるが、点対称ではない。
- ウ 線対称ではないが、点対称である。
- エ 線対称でも、点対称でもない。

A 4 設問(1)

正答率53.3%

趣旨

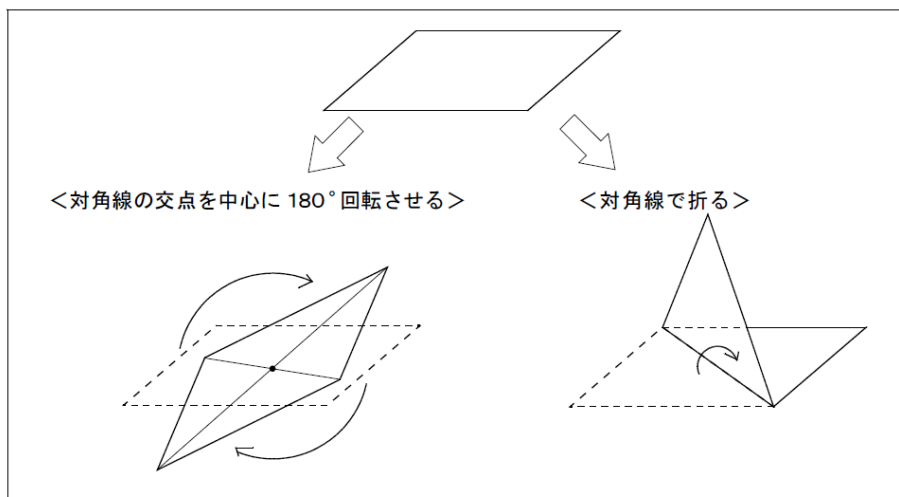
平行四辺形は点対称な図形であるが、一般には線対称な図形ではないことを理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○ 線対称や点対称の学習では、対称性に着目して考察することを通して図形の性質をとらえることが大切である。

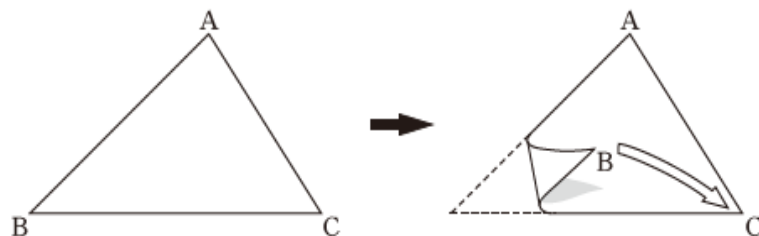
例えば、次のような平行四辺形の紙は対角線の交点を中心に 180° 回転させるとぴったりと重なるが、対角線で折るとぴったりと重ならない。このことから、平行四辺形は点対称な図形であるが、一般には線対称な図形ではないことを確かめる場面を設定することが考えられる。

また、いろいろな平面図形に対称軸や対称の中心をかきこんだり、対称性に着目して図形を分類したりする活動を通して、線対称と点対称についての理解を確かなものにする事が考えられる。



(2) 次の図の $\triangle ABC$ を、頂点Bが頂点Cに重なるように折ったときにできる折り目の線を作図しようとしています。

この作図について述べた下のアからエまでの中から、正しいものを1つ選びなさい。



- ア 辺BCの垂直二等分線を作図する。
- イ 頂点Aから辺BCへの垂線を作図する。
- ウ $\angle A$ の二等分線を作図する。
- エ この折り目の線は作図できない。

A 4 設問(2)

正答率45.0%

趣旨

作図と線分の垂直二等分線について理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 操作する活動を通して作図する図形を予想し、それを数学的にとらえ直し、作図の方法を考えることが大切である。

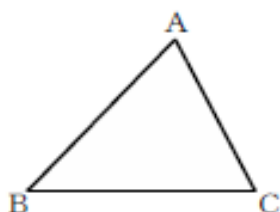
例えば、本問題では、紙を折るという操作を数学的にとらえ、等しい線分や角を見だし、それを基にして折り目の線がどのような直線になるかを考え、その上でどのような直線を作図すればよいかを判断できるようにすることが考えられる。

【指導のねらい】

観察、操作や実験などの活動を通して折り目の線がもつ特徴を数学的にとらえ、紙を折る操作を基本的な作図と結び付けて考えることができるようにする。

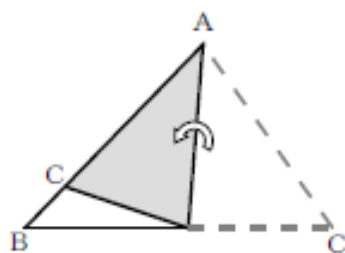
【授業アイデア例】

問題 次の図の△ABCを、(1)から(3)のように折ったときにできるそれぞれの折り目の線を作図しなさい。

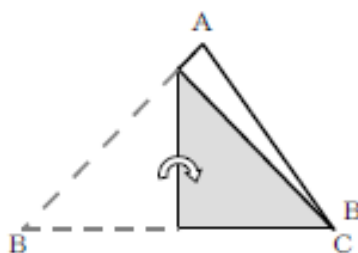


- (1) ABとACが重なるように折る。
- (2) 点Bと点Cが重なるように折る。
- (3) 折り目の線が頂点Aを通り、折った後の頂点Cが元の辺BC上にあるように折る。

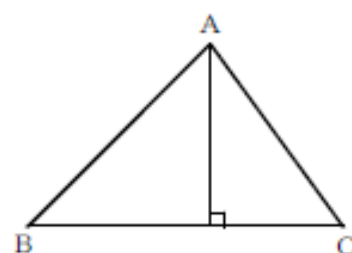
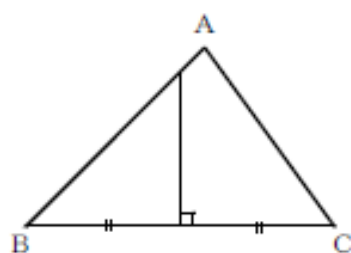
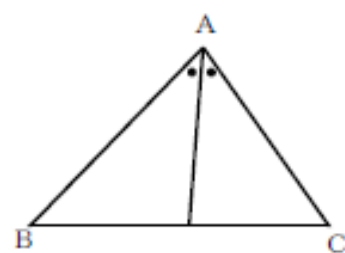
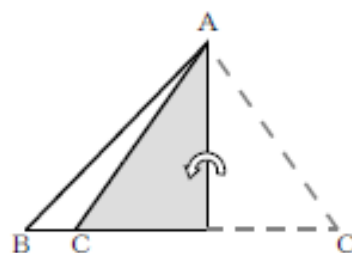
(1)



(2)



(3)



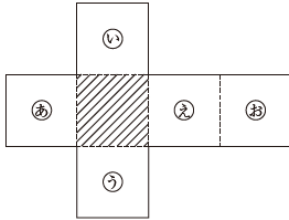
1. 折り目の線が、どのような線になるか予想する。
2. △ABCを紙にかき、実際に折って、どのような線なのか確認する。
3. 折り目の線がもつ特徴を数学的にとらえる。
4. 実際に折り目の線を作図する。作図した線が正しいかどうか確かめる。

【留意点】

○ 発展課題として、辺BCの midpoint Mをとり、点Aが点Mに重なるように折る場合を取り上げることも考えられる。(折り目の線は線分AMの垂直二等分線になる。)

5 次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

(1) 次の図は、立方体の展開図です。

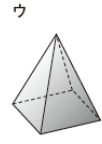
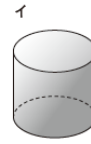


この展開図を組み立ててできる立方体において、斜線をつけた面と平行になる面を、下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

ア 面あ イ 面い ウ 面う エ 面え オ 面お

(2) 右の図の直角三角形ABCを、直線ABを軸として1回転させて立体をつくります。

このとき、できる立体の見取図が下のアからオまでの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。



A 5 設問(1)

正答率95.6%

趣旨

展開図で示された立方体について、2つの面の位置関係(面と面の平行)をとらえることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 空間図形の学習では、展開図から空間図形を構成し、直線や平面の位置関係を理解することが大切である。
例えば、身の回りにおけるいろいろな形をした箱を切り開いたり、再び組み立てたりする操作を繰り返しながら、展開図と空間図形の関係を双方向に確認するような活動を取り入れることが考えられる。

A 5 設問(2)

正答率87.6%

趣旨

直角三角形をその斜辺以外の一辺を軸として回転させると、円錐が構成されることを理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 空間図形の性質を調べるには、空間図形が平面図形の運動によって構成されているとみる大切である。
例えば、コンピュータなどを利用することによって、面や線の運動について視覚的にとらえ、空間図形について理解できるようにすることが考えられる。

(3) 次の図1は円柱の見取図で、図2はその展開図です。図2で、円Oの周の長ささと長方形ABCDの辺BCの長さには、どのような関係がありますか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

図1

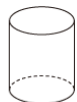
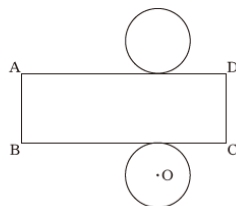
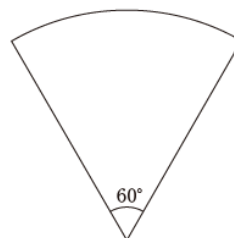


図2



- ア 円Oの周の長ささは、辺BCの長さと同じ。
- イ 円Oの周の長ささは、辺BCの長さの $\frac{1}{2}$ 倍である。
- ウ 円Oの周の長ささは、辺BCの長さの2倍である。
- エ 円Oの周の長ささは、辺BCの長さの約 $\frac{1}{3}$ 倍である。
- オ 円Oの周の長ささは、辺BCの長さの約3倍である。

(4) 次の図のような、中心角 60° のおうぎ形があります。このおうぎ形の面積は、同じ半径の円の面積の何倍ですか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。



- ア $\frac{1}{2}$ 倍
- イ $\frac{1}{3}$ 倍
- ウ $\frac{1}{4}$ 倍
- エ $\frac{1}{5}$ 倍
- オ $\frac{1}{6}$ 倍

A 5 設問(3)

正答率83.2%

趣旨

円柱の展開図において、底面の円周の長ささと側面の長方形の辺の長さとの関係について理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 円柱の展開図ではその見取図の側面に当たる部分が長方形であることや、底面の円周と長方形の1辺の長さ等しいことなど、見取図と展開図の特徴やそれらの関係について関連付けて理解することが大切である。
例えば、展開図から柱体や錐体を実際に組み立て、底面と側面の対応する部分の関係について考察する場面を設定することが考えられる。

A 5 設問(4)

正答率57.5%

趣旨

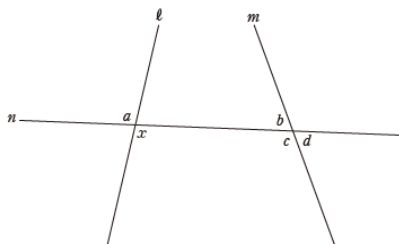
扇形の面積がその中心角の大きさに比例することを理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 円や扇形の学習では、扇形を円の一部としてとらえ、弧の長さや面積がその中心角の大きさに比例することを理解することが大切である。
例えば、円を折ったり切ったりする活動において、観察、操作や実験を通して、円と扇形を関連付けてとらえる場面を設定することが考えられる。

6 次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

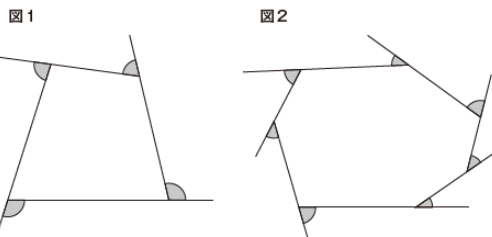
(1) 次の図のように、2つの直線 l , m に1つの直線 n が交わっています。このとき、 $\angle x$ の同位角について、下のアからエまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。



- ア $\angle x$ の同位角は $\angle a$ である。
- イ $\angle x$ の同位角は $\angle b$ である。
- ウ $\angle x$ の同位角は $\angle c$ である。
- エ $\angle x$ の同位角は $\angle d$ である。
- オ $\angle x$ の同位角は $\angle a$ から $\angle d$ までの中にはない。

(2) 次の図1、図2は、多角形の各頂点において一方の辺を延長したものです。

この2つの図で、それぞれ印を付けた角 (\sphericalangle) の和を比べるとき、どのようなことがいえますか。下のアからエまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。



- ア 図1で印を付けた角の和と図2で印を付けた角の和は等しい。
- イ 図1で印を付けた角の和の方が大きい。
- ウ 図2で印を付けた角の和の方が大きい。
- エ 図1で印を付けた角の和と図2で印を付けた角の和のどちらが大きいかは、問題の条件からだけでは分からない。

A 6 設問(1)

正答率42.0%

趣旨

同位角の意味を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 2直線に1直線が交わってできる角について、同位角や錯角の意味を理解することが大切である。

例えば、2直線に1直線が交わってできる8つの角で、互いに同位角や錯角の関係になっている角を見いだす活動を取り入れることが考えられる。その際、2直線と1直線の位置関係を様々な場合において考察することが大切である。

また、同位角や錯角は、2直線が平行な場合について扱うことが多いため、同位角や錯角は等しいと誤って理解している生徒が多い。そこで、同位角や錯角は2つの角の位置関係を一般的に表すものであり、2直線が平行になる場合に等しくなることを確認する活動を取り入れることが大切である。

A 6 設問(2)

正答率66.7%

趣旨

多角形の外角の性質を理解しているかどうかをみる。

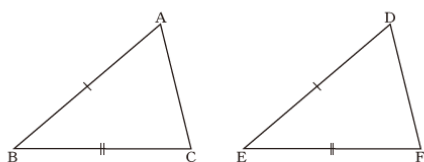
学習指導に当たって

- 観察、操作や実験を通して多角形の外角の和が 360° で一定であることを見だし、それを説明することが大切である。

例えば、四角形、七角形などの様々な多角形について、それぞれの外角を測ったり1か所に集めたりして、多角形の形や大きさによらず外角の和が 360° で一定になることを見だし、その見いだした性質を式を用いて説明する活動を取り入れることが考えられる。

7 次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 次の図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が合同であることを証明しようとしています。 $AB = DE$ 、 $BC = EF$ であることは分かっています。

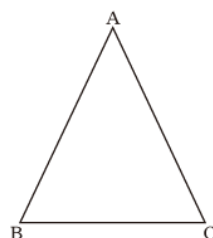


三角形の合同条件を用いて証明するために、あと1つどのようなことが分かればよいですか。下の を完成しなさい。

・分かっていること
 $AB = DE$
 $BC = EF$

・分かればよいこと
 =

(2) 次の図で、 $\triangle ABC$ は $AB = AC$ の二等辺三角形です。



二等辺三角形の2つの底角は等しいといえます。

下線部を、上の図の頂点を表す記号と、記号 \sphericalangle 、 $=$ を使って表しなさい。

A 7 設問(1)

正答率85.6%

趣旨

三角形の合同条件を基にして、2つの三角形が合同であることを判断する際に必要な辺や角の相等関係を指摘できるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○ 三角形の合同を証明するには、三角形の合同条件を理解した上で、2つの三角形の要素の相等関係について、与えられた条件から分かることと分からないことを明確にとらえることが大切である。

例えば、2つの三角形が裏返しの位置関係にあったり一部が重なったりしている場合でも、相等関係が分かっている要素を確認し、三角形の合同条件と照らし合わせ、さらにどの要素の相等が分かればよいかを考える場面を設定することが考えられる。

A 7 設問(2)

正答率70.2%

趣旨

二等辺三角形について2つの底角が等しいことを、記号を用いて表すことができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

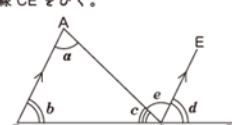
○ 図形の性質の考察では、辺や角などについて成り立つ関係を記号を用いて簡潔に表すことが大切である。

例えば、図形の性質の証明を行う際に、言葉で表された仮定を記号で表現したり、記号で表された結論を言葉で表現したりするといったように、様々な場面で言葉の表現と記号の表現を関連付ける活動を取り入れることが考えられる。

8 ある学級で、「三角形の内角の和は 180° である」ことの証明について、次の①、②を比べて考えています。

①

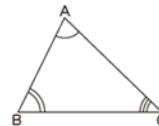
下の図の $\triangle ABC$ で、
 辺BCを延長した直線上の点をDとし、点Cを通り辺BAに平行な直線CEをひく。



平行線の錯角は等しいから、 $\angle a = \angle e$
 平行線の同位角は等しいから、 $\angle b = \angle d$
 したがって、
 $\angle a + \angle b + \angle c = \angle e + \angle d + \angle c$
 $= 180^\circ$
 よって、三角形の内角の和は 180° である。

②

下の図の $\triangle ABC$ で、
 3つの角の大きさをそれぞれ測ると、



$\angle A = 72^\circ$
 $\angle B = 64^\circ$
 $\angle C = 44^\circ$

したがって、
 $\angle A + \angle B + \angle C = 72^\circ + 64^\circ + 44^\circ$
 $= 180^\circ$
 よって、三角形の内角の和は 180° である。

どんな三角形でも内角の和は 180° であることの証明について、
 下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア ①も②も証明できている。
- イ ①は証明できており、②は形の違うたくさんさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。
- ウ ①は証明できているが、②は形の違うたくさんさんの三角形で同じように確かめても証明したことにはならない。
- エ ①も②も形の違うたくさんさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。
- オ ①は形の違うたくさんさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになるが、②はそれでも証明したことにはならない。

出題の趣旨

正答率29.7%

証明の意義について理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○ 帰納的な方法は、図形の性質や関係を見いだしたり、個々の具体的な図形を考察したりする方法としては有効であるが、その見いだした個々の図形の性質や関係の一般性を保証するものではない。このような帰納的な方法の意義と限界を理解し、演繹的な推論による証明により命題が例外なしに成り立つことを明らかにできることの理解を深めることが大切である。

例えば、本問題を使って授業を行う場合、いくつかの三角形について内角の和が 180° であることを帰納的に見だし、それを他の三角形でも調べることで、その事柄の信頼性を高めることができる。しかし、すべての三角形についてその事柄が正しいかどうかを調べることはできないことを確認し、演繹的に説明する証明が必要であることを理解できるようにすることが大切である。

【指導のねらい】

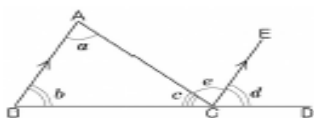
帰納的な方法による説明と演繹的な推論による証明を比較、対照し、その違いに着目して、帰納的な方法は個々の図形の性質や関係の一般性を保証するものではないことを理解し、演繹的な推論のよさに気付くことができるようにする。

【授業アイデア例】

「三角形の内角の和は 180° である」ことの説明を比べよう。

①

下の図の $\triangle ABC$ で、
辺 BC を延長した直線上の点を D とし、
点 C を通り辺 BA に平行な直線 CE をひく。



平行線の錯角は等しいから、 $\angle a = \angle e$
平行線の同位角は等しいから、 $\angle b = \angle d$
したがって、

$$\angle a + \angle b + \angle c = \angle e + \angle d + \angle c = 180^\circ$$

よって、三角形の内角の和は 180° である。

②

下の図の $\triangle ABC$ で、
3つの角度をそれぞれ測ると、

$$\begin{aligned} \angle A &= 72^\circ \\ \angle B &= 64^\circ \\ \angle C &= 44^\circ \end{aligned}$$



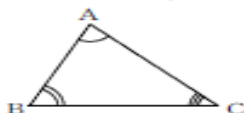
したがって、

$$\angle A + \angle B + \angle C = 72^\circ + 64^\circ + 44^\circ = 180^\circ$$

よって、三角形の内角の和は 180° である。

③

下の図の $\triangle ABC$, $\triangle DEF$, $\triangle GHI$ で、3つの角度をそれぞれ測ると、



$$\begin{aligned} \angle A &= 72^\circ \\ \angle B &= 64^\circ \\ \angle C &= 44^\circ \end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned} \angle A + \angle B + \angle C &= 72^\circ + 64^\circ + 44^\circ \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle D &= 100^\circ \\ \angle E &= 30^\circ \\ \angle F &= 50^\circ \end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned} \angle D + \angle E + \angle F &= 100^\circ + 30^\circ + 50^\circ \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle G &= 60^\circ \\ \angle H &= 60^\circ \\ \angle I &= 60^\circ \end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned} \angle G + \angle H + \angle I &= 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$

よって、三角形の内角の和は 180° である。

- 提示された3つの説明について、どの説明がよいかを選ぶ。
- その説明がよいと考えた理由を説明する。
- どんな三角形でも内角の和は 180° であることを証明しているのはどれかを話し合う。

②や③は、証明したことになるのかな？
それとも、証明したことにならないのかな？



- 連続する2つの奇数の和が4の倍数になることの説明(④、⑤、⑥)と①、②、③を比べる。

④

n を自然数とすると、
2つの連続する奇数は、
 $2n+1$, $2n+3$ と表される。
 $(2n+1) + (2n+3) = 4n+4$
 $= 4(n+1)$
 $n+1$ は自然数なので、 $4(n+1)$ は
4の倍数である。
よって、連続する2つの奇数の和は、
4の倍数である。

⑤

2つの連続する奇数として、5と7の
和を計算すると、

$$\begin{aligned} 5 + 7 &= 12 \\ &= 4 \times 3 \end{aligned}$$

よって、連続する2つの奇数の和は、
4の倍数である。

⑥

2つの連続する奇数の和をいくつか計算すると、

$$\begin{aligned} 5 + 7 &= 12 & 11 + 13 &= 24 & 23 + 25 &= 48 \\ &= 4 \times 3 & &= 4 \times 6 & &= 4 \times 12 \end{aligned}$$

よって、連続する2つの奇数の和は、4の倍数である。

【留意点】

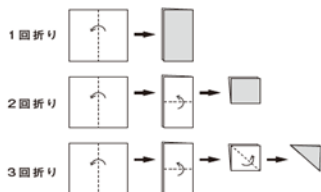
- 帰納的な方法には、事柄を見いだしたり、その事柄が成り立つかどうかを確かめたりできるといったよさがあることも理解できるようにする。
- 平行線の性質や三角形の角、あるいは図形の合同の学習の様々な場面で、このような授業を行うことを通して、証明の意義についての理解を深めることが大切である。

江戸時代から親しまれてきた遊びに「紋切り遊び」があります。正方形の紙を何度も折り重ね、その紙を切って開くと、きれいな模様を切り絵ができます。その遊び方には、次のようなものがあります。

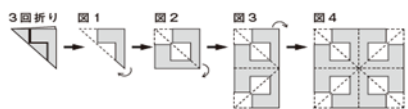


遊び方

正方形の紙を、下の図の1回折り、2回折り、3回折りのいずれかの折り方で折ります。

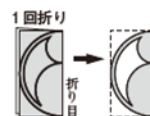


例えば、下の図の3回折りの紙を太線(——)で切り、図1から図2、図3のように順に開いていくと、図4の模様ができます。



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 右の図の1回折りの紙を太線で切って開きます。このときにできる模様が、下のアからオまでの中にあります。それを1つ選びなさい。



B 1 設問(1)

正答率85.7%

趣旨

事象を図形に着目して観察し、その特徴を的確にとらえることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

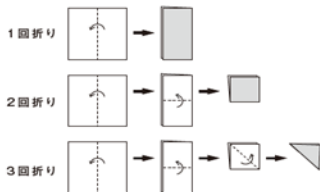
- 日常的な事象を形や大きさ、位置関係に着目して観察し、その特徴をとらえることが大切である。
本問題を使って授業を行う際には、実際に「紋切り遊び」を試してできた模様や「紋切り遊び」ではできない模様を比較したり分類したりすることを通して、図形としてどのような特徴が見いだせるかを確かめる活動を取り入れることが考えられる。
- 日常的な事象を図形に着目して観察することで、図形の性質を用いて特徴をよりの確にとらえたり、問題を解決したりすることが大切である。
例えば、本問題で見いだした特徴をもとに、「紋切り遊び」のできる図形を身の回りから見つけたり、自分で考えたりする活動を取り入れることが考えられる。

□ 江戸時代から親しまれてきた遊びに「紋切り遊び」があります。正方形の紙を何度も折り重ね、その紙を切って開くと、きれいな模様の切り絵ができます。その遊び方には、次のようなものがあります。

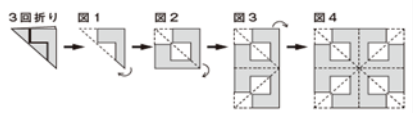


遊び方

正方形の紙を、下の図の1回折り、2回折り、3回折りのいずれかの折り方で折ります。

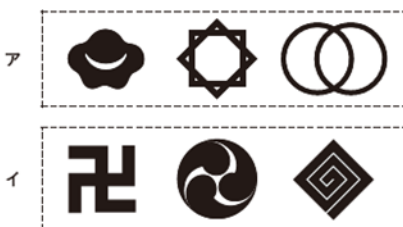


例えば、下の図の3回折りの紙を太線(——)で切り、図1から図2、図3のように順に開いていくと、図4の模様が出来ます。



(2) 「紋切り遊び」のできる模様を集めたグループは、下のア、イのどちらですか。それを選びなさい。

また、これらの模様を参考に、「紋切り遊び」のできる模様だけにみられる図形の性質を説明しなさい。



B 1 設問(2)

正答率47.2%

趣旨

図形の特徴を的確にとらえ、数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 日常的な事象を観察し、成り立つ数学的な事柄を指摘し、それを数学的な表現を用いて説明することが大切である。

本問題を使って授業を行う際には、「紋切り遊び」の遊び方の操作について観察を通して、把握した事柄を記述したり、発表したりして、数学的に正しい表現に洗練していく活動を取り入れることが考えられる。その際には、説明する事柄の主部と述部を明確に述べるができるようにするとともに「左右対称」や「2つの合同な図形に分けられる」という表現にとどまらず、「対称軸をもつ」、「線対称である」などの数学の用語を使って説明できるようにすることが大切である。

- 日常的な事象について観察して見いだした事柄を確かめることが大切である。

例えば、本問題で「紋切り遊び」のできる模様ではないイのグループを選択した生徒(解答類型8)に対しては、アとイのそれぞれのグループの模様を実際に折ってみる活動を取り入れることが考えられる。その中で、イのグループの模様は折ってもびったり重ならないことに気づき、アの模様から線対称という観点を見いだすとともに、その観点でイを見直すことが大切である。

【指導のねらい】

観察，操作や実験などの活動を通して図形の特徴を的確にとらえ，把握した事柄を記述したり発表したりして数学的な表現に洗練し，数学の用語を使って説明できるようにする。

【授業アイデア例】

「紋切り遊び」のできる模様にもみられる図形の性質を見付けよう。

1. 「紋切り遊び」と呼ばれる紙切りを知る。
2. 1回折り，2回折り，3回折りを実際に行い，できた模様を観察する。
3. 下のような模様について，実際に折ってみるなどの観察，操作，実験を通して，紋切り遊びのできる模様とできない模様を比較し，分類する。



4. 紋切り遊びのできる模様にもみられる図形の性質を記述したり発表したりし，数学的な表現に洗練していく。

左右対称である。



洗練

紋切り遊びのできる模様は，線対称な図形である。

5. 折る回数とできあがった模様の関係について考え，見いだした関係を対称軸という数学の用語を使って説明する。

【留意点】

- 紋切り遊びのできる模様にもみられる図形の性質を説明する際に，主部や述部を明確に述べたり，数学の用語を適切に用いたりできるようにする。
- 発展課題として，右の図のような3回折りの紙を切った形について，開いた形を予想し，予想した形を対称軸を用いて説明することが考えられる。
- 図形の学習では，紙を折ってできる線の作図を考える活動(平成21年度調査A⁴(2))などでも，観察，操作や実験などを通して図形の特徴をとらえ，数学的な表現を用いて説明することができる。



(3) 下のアからオまでの中に、3回折りの紙を切って開いた模様があります。それを1つ選びなさい。

ア



イ



ウ



エ



オ



B 1 設問(3)

正答率54.3%

趣旨

図形の特徴を数学的に解釈することができるかどうかをみる。

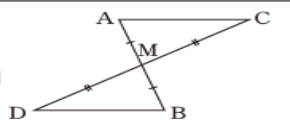
学習指導に当たって

- 観察、操作や実験などの活動を通して事象を数学的にとらえることが大切である。
本問題を使って授業を行う際には、1回折り、2回折り、3回折りのそれぞれの場合で紙を切って開いて様々な模様をつくり、それらを対称軸に着目して比較しながら、折る回数と対称軸の本数の関係について見いだしていく活動を取り入れることが考えられる。また、3回折りのできない模様と比較する活動を取り入れることも考えられる。
- 日常的な事象における数学的な事柄を指摘するだけでなく、それらを用いて、事象をとらえ直して考察したり、新たな事実を見いだしたりすることが大切である。
例えば、本問題で、3回折りのできる模様は対称軸が4本になることに加え、互いに合同な8つの図形に分けられることや、点対称な図形でもあることなど、対称性の観点から新たな事実を見だし図形をとらえ直す機会を設けることが考えられる。

- 4 大貴さんは、次の問題を考えています。

問題

右の図のように、線分ABと線分CDがそれぞれの中点Mで交わっています。このとき、 $AC \parallel DB$ となることを証明しなさい。



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 大貴さんは、次のような証明の方針1を考えました。この証明の方針1にもとづいて、 $AC \parallel DB$ となることの証明を完成しなさい。

証明の方針1

- ① $AC \parallel DB$ を証明するためには、 $\angle MAC = \angle MBD$ (錯角が等しい)を示せばよい。
- ② $\angle MAC = \angle MBD$ を示すためには、 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ を示せばよい。
- ③ 仮定の $AM = BM$ 、 $CM = DM$ を使うと、 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ が示せそうだ。

証明

$\triangle AMC$ と $\triangle BMD$ において、

合同な三角形の対応する角は等しいから、
 $\angle MAC = \angle MBD$
 したがって、錯角が等しいから、
 $AC \parallel DB$

B4設問(1)

正答率41.8%

趣旨

提示された方針に基づいて証明することができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 証明の学習においては、方針を立て、方針に示された事柄を数学の記号で表し、仮定から結論を導く推論の過程を的確に証明として表現することが大切である。
 例えば、方針を参照しながら証明として書く順序を検討したり、実際に書いた証明を方針と照らし合わせ、示すべきことが示されているかなどを確認したりする場を設定することが考えられる。
 その際、証明の方針と実際に書く証明が異なった順序になることを確認するとともに、本問題ならば「 $AM = BM$ 、 $CM = DM$ 、 $\angle AMC = \angle BMD$ 」だけでなく、それらの根拠として「仮定から」や「対頂角は等しいので」などを記述しているかについて確認する活動を取り入れることが大切である。
- 証明の方針を立てる際に、証明における仮定と結論を区別することが大切である。
 例えば、証明の方針を立てる際に、問題文に基づいて生徒に図をかかせ、分かっていることや示すべきことを図で確認しながら、仮定と結論を明確にする活動を取り入れ、証明の方針を立てていくことが考えられる。

(2) 大貴さんは、 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ をもとにして $AC \parallel DB$ を証明しました。 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ をもとにすると、前ページの問題の図形について、 $\angle MAC = \angle MBD$ や問題の仮定以外にも分かることがあります。それを下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

ア $\angle MCA = \angle MDB$

イ $\angle MAC = \angle MDB$

ウ $AM = BM$

エ $AM = DM$

B 4 設問(2)

正答率64.2%

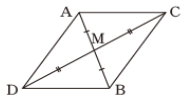
趣旨

証明を振り返って考えることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 証明を振り返り、三角形の合同条件と合同な図形の性質に着目して新たな性質を見いだすことが大切である。
例えば、本問題では、 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ を導くため「 $AM = BM$, $CM = DM$, $\angle AMC = \angle BMD$ 」を用いていることから、残りの3つの関係「 $AC = BD$, $\angle MAC = \angle MBD$, $\angle MCA = \angle MDB$ 」を見いだす活動を取り入れることが考えられる。
- 証明に基づいて見いだした事柄が新たな性質であることを確認することが大切である。
例えば、本問題において、「ウ $AM = BM$ 」を選択した生徒（解答類型3）に対して、 $AM = BM$ は仮定であることを確認する活動を取り入れることが考えられる。
- 様々な場面で証明を振り返り、新たな性質を見いだすことが大切である。
例えば、 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ を基に、 $AC = BD$ という性質を新たに見だし、このことと(1)で示した $AC \parallel BD$ から、四角形ADBCが平行四辺形になることを見いだす活動を取り入れることが考えられる。

(3) 右の図のように、線分AD、線分CBをひいて四角形ADBCをつくると、次の証明の方針2を考えることもできます。



証明の方針2

① AC // DBを証明するためには、四角形ADBCが(①)であることを示せばよい。

② このことは、仮定のAM = BM, CM = DMを使うと、 ② ことから示せる。

証明の方針2の(①)に当てはまる言葉を書きなさい。
また、 ② に当てはまることばを、下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

ア 対角線が垂直に交わる
イ 対角線の長さが等しい
ウ 対角線が平行である
エ 対角線がそれぞれの中点で交わる
オ 対角線が垂直に交わり、その長さが等しい

B 4 設問 (3)

正答率56.2%

趣旨

証明の方針を立てることができるかどうかをみる。

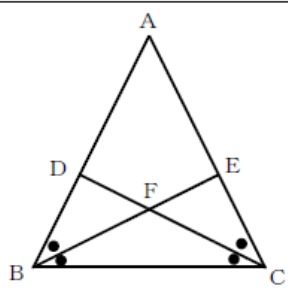
学習指導に当たって

- 証明の学習においては、結論から仮定、仮定から結論の両方向から考えて、証明の方針を立て口述したり記述したりすることが大切である。
本問題を使って授業を行う際には、結論を導くために示せばよい事柄として、「錯角が等しい」、「同位角が等しい」、「平行四辺形の対辺である」などから、どれを選択するかを検討したり、仮定から△AMCと△BMDや四角形ADBCについて分かることを整理し、例えば、△AMC ≅ △BMDを示すために、必要となる条件を見いだしたりする活動を取り入れることが考えられる。その際、検討したり見いだしたりしたことを口述したり記述したりして証明の方針を立てることが大切である。
また、本問題のように未完成な証明の方針を示し、それを完成させるような課題に取り組むことを通して、徐々に証明の方針を立てられるようにしていくことも考えられる。
- 証明の学習においては、証明の方針を評価し改善したり、別の新しい方針を見いだしたりすることが大切である。
例えば、次のような問題場面では、最初に立てた方針に基づいて証明を試みて、すぐに証明できない場合やより簡単な証明を求める場合、その方針を見直しながら、別の三角形に着目して新しい方針を立てる活動を取り入れることが考えられる。

問題

AB = ACの二等辺三角形ABCにおいて、∠Bの二等分線とACとの交点をE、∠Cの二等分線とABとの交点をDとする。また、BEとCDの交点をFとする。

このとき、BD = CEとなることを証明しなさい。



最初の方針

- ① BD = CEを示すためには△BDF ≅ △CEFを示せばよい。
- ② △BDF ≅ △CEFを示すためには二等辺三角形の底角が等しいことや対頂角の性質が使える。

新しい方針

- ① BD = CEを示すためには△DBC ≅ △ECBを示せばよい。
- ② △DBC ≅ △ECBを示すためには二等辺三角形の底角が等しいことや共通な辺が使える。